



TITLE:

地震波散乱現象を用いた地域応力
場変化の本質的推定法の研究(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

岡本, 京祐

CITATION:

岡本, 京祐. 地震波散乱現象を用いた地域応力場変化の本質的推定法の
研究. 京都大学, 2014, 博士(工学)

ISSUE DATE:

2014-03-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k18238>

RIGHT:

地震波散乱現象を用いた
地域応力場変化の本質的推定法の研究

2014 年

岡本 京祐

目次

目次.....	i
第1章 緒論.....	1
1.1 本研究の背景さ.....	1
1.2 本研究の目的.....	4
1.3 本論文の構成と内容.....	5
第2章 地震学における Q_c 値の意義.....	9
2.1 緒言.....	9
2.2 Q_c 値の求め方.....	11
2.3 コーダ時間窓の設定.....	13
2.3.1 基礎方程式.....	14
2.3.2 境界条件・入射波.....	15
2.3.3 シミュレーションモデル.....	16
2.3.4 結果.....	17
2.4 内部減衰場が Q_c 値変化評価に与える影響.....	19
2.4.1 散乱減衰と内部減衰.....	19
2.4.2 シミュレーションモデル.....	20
2.4.3 Multiple Time Window Method.....	22
2.4.4 内部減衰場での Q_c 値変化.....	24
2.5 結言.....	28
第3章 Q_c 値に対する弾性変位の影響.....	31
3.1 緒言.....	31
3.2 応力载荷に伴う現象.....	31
3.2.1 クラックの弾性変位.....	31
3.3 弾性変位・インピーダンス変化が Q_c 値に与える影響の数値計算.....	32
3.3.1 基礎方程式.....	32
3.3.2 境界条件・入射波.....	33
3.3.3 シミュレーションモデル.....	33
3.4 クラックの弾性変位を考慮した時の解析結果.....	34
3.5 結言.....	38
第4章 Q_c 値に対する速度異方性・クラック幾何学的異方性の影響.....	40
4.1 緒言.....	40
4.2 応力载荷に伴う現象.....	40
4.2.1 クラックの生成・閉鎖.....	40

4.2.2 弾性波速度の変化.....	41
4.2.3 クラックの偏向配置による幾何学的変化.....	42
4.3 弾性波速度場異方性が Q_c 値に与える影響の数値計算.....	42
4.3.1 基礎方程式.....	42
4.3.2 シミュレーションモデル.....	43
4.4 幾何学的異方性が Q_c 値に与える影響の数値計算.....	44
4.4.1 基礎方程式.....	45
4.4.2 シミュレーションモデル.....	45
4.5 弾性波速度異方性を考慮した時の解析結果.....	47
4.6 クラックの幾何学的異方性を考慮した時の解析結果.....	50
4.7 弾性変位, 弾性波速度異方性, 幾何学的異方性の統合的解釈.....	53
4.8 結言.....	54
第5章 地震学的手法による地殻応力推定.....	56
5.1 緒言.....	56
5.2 Q_c^{-1} 値と地表面ひずみを示す異なる傾向.....	57
5.2.1 有限要素法, 有限差分法を用いた検討方法.....	60
5.2.2 弾性波速度の変化.....	64
5.2.3 応力の大きさ変化と地表面ひずみ, Q_c^{-1} 値の関係性 (均質モデルを用いて)	65
5.2.4 三次元問題への適用可能性.....	67
5.2.5 Q_c^{-1} 値変化, ひずみと応力の関係のまとめ (均質モデルより)	70
5.2.6 地表付近の不均質が Q_c^{-1} 値に与える影響.....	72
5.2.7 数値計算より得られた Q_c^{-1} 値変化.....	77
5.3 実データ解析: 使用データの概説.....	77
5.3.1 Q_c^{-1} 値 (Hi-net 観測点より)	78
5.3.2 地表面変位から求められるひずみ (GEONET 観測点より)	78
5.3.3 任意深さでのひずみ (理論式より)	80
5.4 2008 年 (平成 20 年) 岩手・宮城内陸地震.....	80
5.4.1 解析概要.....	80
5.4.2 結果.....	84
5.5 2004 年 (平成 16 年) 新潟県中越地震.....	92
5.5.1 解析概要.....	92
5.5.2 結果.....	95
5.6 議論.....	100
5.7 結言.....	101
第6章 結論.....	105

付録 A	有限差分法.....	107
A.1	Standard Staggered Grid を用いた差分法	107
A.2	Rotated Staggered Grid を用いた差分法	108
付録 B	境界積分方程式法.....	110
B.1	多重極展開.....	112
付録 C	有限要素法.....	115
C.1	仮想仕事の原理.....	115
C.2	D マトリックス.....	116
C.3	B マトリックス	116
C.4	定式化.....	118

第1章 緒論

1.1 本研究の背景

地殻の応力状態の変化を知ることは、地震活動の動向を把握、資源開発において石油やガスの効率的な回収、地下構造物の建造・維持管理における安全性の確保と言ったことに直接的につながるため、応力状態を把握する技術はこれまでも開発がなされてきた。現在まで、地下の応力はボアホールブレイクアウト解析、応力解放法や、水圧破砕法（例えば、Haimson & Fairhurst, 1970; Zoback & Haimson, 1982）、地下に埋められたひずみゲージによるひずみ測定、地下から回収されたコアに対して行う Differential Strain Curve Analysis (DSCA) 法（例えば、Simmons et al., 1974）などにより求められている。油田やガス田の掘削の際には、ブレイクアウトに関する情報を得ることができるため、上記の方法を適用可能である。更に、ブレイクアウトの情報は世界中で行われている掘削の情報から得られること、応力方向の情報も含んでいることからプレート応力といった広範囲に渡る情報を解析するのに適している。過去には、世界中のブレイクアウトの情報とプレート応力の関係性を調べる研究がされ、両者が調和的であることが示された（例えば、Castillo & Zoback, 1994）。しかし、高コストや測定機器・掘削深度の限界などにより地下深くの応力、例えば地震発生深さでの応力を測定することは非常に困難とされてきた。佐野ほか (2004) は地震発生深さでの地殻応力の情報は、地震発生の議論において必要不可欠であるが、現在の観測機器では未だその深さでの応力測定は難題であると指摘している。

一方で、上記のように応力測定をする深さへの直接的なアクセスを必要としない間接的な方法として、Electronic Distance Meter (EDM)や、Global Positioning System (GPS)などで地表のひずみを計測し、その値から応力を求めることも行われてきた（例えば、Caprorali et al., 2003; Takahashi, 2011）。過去には GPS 観測により、2000 年秋頃から東海地方で生じた非定常地殻変動が捉えられた (Miyazaki et al., 2006)。この変化では愛知県から静岡県にかけての南東方向の水平変位、及び愛知県で沈降、静岡県西部で隆起といった傾向が観測され、2005 年夏ごろに停止するまでにマグニチュード 7 に匹敵する応力を解放したことが観測されている。ほかに地表面の変化を捉える方法では、人工衛星に搭載されたレーダーを用いて地表面の形状を時系列的に測定し、それらの差を取ることによって地表面の動きを捉える方法がある。これは干渉 SAR (Synthetic Aperture Radar)と呼ばれており、10mm/yr といった小さな地表面の変動も捉えることができる (Lyons & Sandwell, 2003)。このように応力は直接的に地下を掘削し求めたり、地表面の変化から間接的に求められたりしてきた (Figure 1-1)。しかし、地表面付近の地下水の存在や軟弱な地盤の影響、局在する不均質の影響により、地表面ひずみと地殻内応力不一致の間

題が存在している (Zoback & Zoback, 2002). 地表面変動は、地すべりや斜面崩壊といった地下の応力変化とは直接関係ない影響を受けることから、地表面ひずみと地殻内応力が一致しないことが分かる.

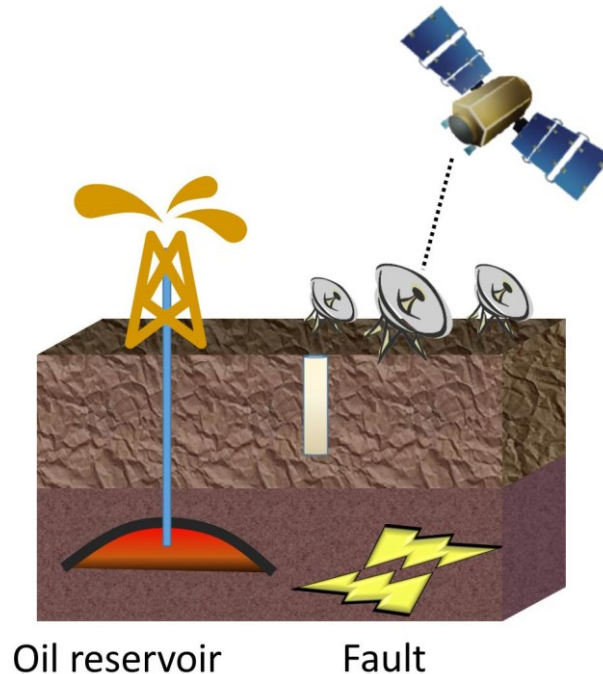


Figure 1-1 Example of how to measure the stress field.

応力測定深さへの直接的アプローチを必要とせず、地表面の不均質の影響を受けにくい方法として、地質学的アプローチ、地震学的アプローチがある.

地質学的アプローチとして原位置での応力を推定する方法として、比較的若い年代の火山活動で生じるダイクや噴石丘の方向を見るものがある. それらの方向が最少応力方向と直交する形に発達するからである (Nakamura, 1977). また、断層の運動方向は地震を起こした応力を反映すると考えられるので、複数の過去の断層運動から周囲の応力場を解析する手法が取られる (例えば, Michael, 1984). これらの方法は地質学的に若い地層 (第四期以降) に対して行われるが、それでもなお、現在の応力場を表現しているとは限らず、更に火山活動や断層活動がない場所では手法を適用することができなといった問題点を抱えている.

地震学的アプローチとは、自然地震または人工地震によって生じた地震動から地下の物性値をイメージングする方法である. その一つとして、応力テンソルインバージョン法 (Fry, 1999, Fry, 2001, Orife & Lisle, 2003) が用いられる. 応力テンソルインバージョン法は、多数の地震のメカニズム解等を用いて、最大・中間・最小の3つの主応力軸の方位角と傾斜角、および3つの主応力の相対値を表す R 値を推定する方法である. しかし、応力テンソルインバージョンを行うには、発震機構を解析するに堪えるような、

ある程度のマグニチュードを持った地震が多数発生している必要がある．このことが応力テンソルインバージョン法の一つの課題となっている．これに対して，多数の地震ではなく，一つの地震動や人工震源に対して適用できる方法として，地下から伝播する地震動 S 波の偏向異方性を用いて地殻中の応力状態を推定する方法も用いられてきた（例えば，Crampin, 1985）．クラックを含む媒質中を伝播してきた S 波は振動方向と伝播速度の異なる二つの波に別れる．速度の速い S 波が S1 波，遅い S 波が S2 波である．地殻中に存在するクラックの方向と同じ方向に振動する成分の波が速度の速い S1 波となる．基本的に地殻中のクラックは応力の最大圧縮方向に整列することが知られているので，S 波の二つの成分の到着時刻差が分かればクラック密度や，そこから推定される応力の情報を推定することが可能である（Sergei & Crampin, 1997）．しかし，S 波の偏向異方性は応力によるものだけではなく，構造的な影響も受ける．例えば，頁岩やシルトといった媒質を伝播する S 波は，層理面，鉱物粒子の方向に平行な S 波成分が応力方向に関係なく速くなるため（西澤, 2005, 西澤 & 金川, 2005），S 波偏向異方性の結果は一概には応力方向の影響とは言えない．

以上のような応力推定法の利点・欠点を踏まえ，本研究では地震波からの応力変化の推定を考える上で，地震波散乱に着目する．散乱波は地殻中の広範囲を伝播するため，地域的な媒質変化の情報を含んでいる（Figure 1-2）．更に，震源メカニズムに極性が支配される地震波初動と異なり，解析の際に震源メカニズムにとらわれなくてよい．地殻内で散乱されたいくつもの散乱波は足しあわされて，S 波到着後に長く尾を引くコーダ波を形成する．過去にはコーダ波内の散乱波の位相変化から地殻中の散乱体の位置変化を推定する研究も行われた．Snieder et al. (2002) や Robinson et al. (2007) では，同一地点で別時刻に観測されたコーダ波同士の相互相関をとり，その時の遅れ時間から地殻中の散乱体の時間的な位置変化，速度場変化を見積もった．コーダ波の減衰率から求められるのがコーダ Q 値（以下， Q_c 値，Aki & Chouet, 1975）である．コーダ波は地殻中の不均質によって散乱された波の重ね合わせでできているため，そのコーダ波から求められる Q_c 値は地殻中の不均質の情報を統計的に表すパラメータとして知られている．コーダ波内の散乱波の位相や振幅は地殻中の物性値の変化，流体の移動によって変化するので（例えば，Niu et al., 2003; Taira et al., 2009）， Q_c 値も地殻中の不均質の変化と共に値が変わる．過去には Hiramatsu et al. (2000) が 1995 年兵庫県南部地震前後の地震前後で Q_c 値が変化していることを発見し，その Q_c 値変化が地殻中のひずみ蓄積に伴う差応力速度の変化と関係があることを指摘した．Sugaya et al. (2009) は 1995 年兵庫県南部地震前後の Q_c 値変化は，応力変化に伴うクラックの開閉，特に下部地殻の中でのクラック開閉に伴って発生する地殻の不均質割合の変化に起因すると指摘した．その他， Q_c 値のより詳しい解説，過去の事例については第 2 章の 2.1 に詳解する．

このように Q_c 値は地殻中の不均質変化，地殻の応力集中と関係性を持っており（Sato, 1988），言い換えると不均質変化を引き起こす地殻応力変化と関係性を持つ可能性があ

る．S波初動のみを用いるS波偏向異方性解析に比べて， Q_c 値を計算する際に用いる散乱波は地殻中を広く伝播してきているので，局所的な不均質に影響されず，地域的な応力場変化を求められる可能性がある．また， Q_c 値がコーダ波の減衰率から求められることを考えると，初動の極性などの制限はなくなるので，震源メカニズムやマグニチュードに依らず解析に用いる地震を選択することができる．このところは Q_c 値解析の適用地域，適用期間の選択幅が広いことを意味する．

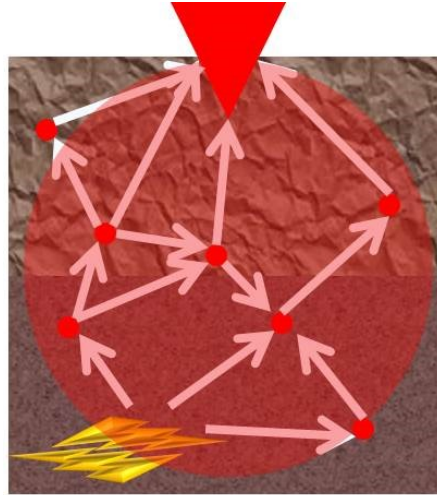


Figure 1-2 Seismic waves scattering at cracks have information over the crust.

Q_c 値変化から地殻の応力変化を推定する手法が確立されれば，地下掘削時の高コストや機器の限界に制約されることなく，地下数～数十 km といった深さの応力変化の情報を得ることができる．また，地質学的手法と比べて，リアルタイムの応力情報であることが強みであることが分かる．自然地震，人工地震を用いて工学的，理学的に利用価値の高い地下深くの応力変化を知ることができる．工学的には，例えば石油やガスの回収，地下構造物の建設といった際の掘削のときに，応力情報を把握していることは効率的な作業，安全性の担保といったことから非常に重要である．また，理学的には内陸地震の発生に非常に大きな影響を持つと言われる深さ数 10km にある下部地殻での応力（飯尾, 2009）が分かることで，内陸地震の発生プロセスを知る一助となるなど，地震活動を予測することにもつながると考えられる．

1.2 本研究の目的

本研究は， Q_c 値と地殻不均質が関係性を持つこと，また Hiramatsu et al. (2000) などによって指摘された， Q_c 値と地震との関係性から，「 Q_c 値と地震や地殻不均質変化を引き起こす地殻応力変化が何らかの関係を持つ」という仮説 (Figure 1-3) を立て，この関

係性を証明し Q_c 値を用いた地殻応力モニタリングの可能性について考える．まず，数値計算によって Q_c 値と地殻応力変化，具体的には応力の大きさ変化と応力方向との関係性を明らかにする．次にこの関係性が実データ上でも成り立つかを確認し，数値計算結果の妥当性，適用範囲を検討する．

以上のことより， Q_c 値を用いて地殻応力変化，特に既存の方法では測定することのできなかつた地下深くの応力変化が推定可能なことを示すことを目的とする．

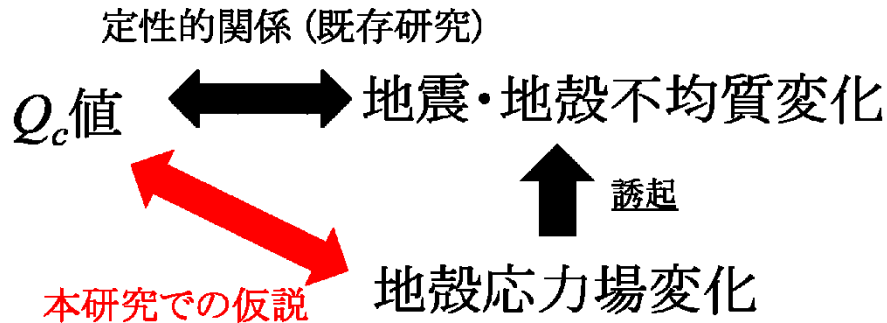


Figure 1-3 Hypothesis in this study.

1.3 本論文の構成と内容

以下に本論文の各章の概説を行う．

第2章は本研究で用いる Q_c 値についての概説を行い，その後， Q_c 値の求め方を説明する． Q_c 値の求め方，特にコーダ波のいずれの部分を用いるかということは，安定した Q_c 値取得のために非常に重要である．また，コーダ波の減衰から求められる Q_c 値は異なる減衰メカニズム（散乱減衰と内部減衰）から影響を受けている．各減衰が Q_c 値に与える影響を検討する．その結果，S波走時の1.5倍時点からの地震波コーダを用いると安定した Q_c 値を得られること，内部減衰場においても， Q_c 値により散乱減衰変化を確認できることを示す．尚，この章の一部は Okamoto et al. (2013b) にまとめられている．

第3章では，岡本ほか (2010) にまとめられている通り，応力が載荷された際に，地殻内に発生する現象として，弾性変位に伴うクラックの移動，及びインピーダンス変化を考える．これらの現象に伴う Q_c 値変化を正方形の弾性体モデルによる二次元有限差分法を用いて検証し，その結果， Q_c 値はクラックの移動に伴い，応力の大きさ，方向変化に従って系統的に変化することを示す．

第4章では，応力が載荷された際に，地殻内に発生する現象として，クラックの選択的生成・閉鎖に伴う弾性波速度場変化・異方性と，散乱パターンの変化について，正方形の弾性体モデルを用いて二次元有限差分法，及び二次元境界積分方程式法によって考

察する (Okamoto et al., 2011; Okamoto et al., 2012; Okamoto et al., 2013a). 更に, クラックの弾性変位・媒質のインピーダンス変化, 弾性波速度場変化・異方性, 散乱パターン変化それぞれによる Q_c 値への影響を統合的に解釈する. その結果, Q_c 値が応力の大きさ, 方向変化に対して系統的な変化を示すこと, 弾性波速度場変化, 散乱パターン変化が Q_c 値変化に支配的な影響を与えることを示す.

第 5 章では, 第 3 章, 第 4 章で得られた結果をもとに, 载荷応力が地殻に与える影響を弾性波速度場変化・異方性, 散乱パターンの変化にしばり, 载荷応力が Q_c 値に与える影響を計算する (Okamoto et al., 2013c). 二次元有限差分法にて現実に近い地殻モデルを用いて計算を行い, 「 Q_c 値を用いることで, 地表付近の不均質の影響を受けずに地下深部の応力変化を推定できる」との仮説を元に, 二次元有限要素法を用いた弾性解析, 及び二次元差分法を用いた波動伝播シミュレーションにより検証する (Okamoto et al., 2014). そこで得られた知見を, 2008 年 (平成 20) 岩手・宮城内陸地震, 及び 2004 年 (平成 16 年) 新潟県中越地震に適用する. これらの地震前後で, GPS 観測から求められたひずみ, 及び断層すべりから求められた理論ひずみと Q_c 値が相関性を持つか確認することにより, Q_c 値と地殻応力の関係性について考察を加える. その結果, Q_c 値変化は GPS 観測では知ることの難しかった地下深部, 特に下部地殻の深さでの応力変化を反映していることを示す.

参考文献

1. Aki, K. & Chouet, B., 1975. Origin of Coda Waves: Source, Attenuation, and Scattering Effects, *J. Geophys. Res.*, 80, 3322-3342.
2. Caprorali, A., Martin, S. & Massironi, M., 2003. Average strain rate in the Italian crust inferred from a permanent Average strain rate in the Italian crust inferred from a permanent, *Geophys. J. Int.*, 155, 254-268.
3. Castillo, D. A. & Zoback, M. D., 1994. Systematic variations in the stress state in the southern San Joaquin valley: Inferences based on wellbore data and contemporary seismicity, *Am. Assoc. Pet. Geol. Bull.* 78, 1257-1275.
4. Crampin, S., 1985. Evaluation of anisotropy by shear-wave splitting, *Geophysics*, 50, 142-152.
5. Fry, N., 1999. Striated faults: visual appreciation of their constraint on possible paleostress tensors, *J. Str. Geol.*, 1999, 7-21.
6. Fry, N., 2001. Stress space: striated faults, deformation twins, and their constraints on paleostress, *J. Str. Geol.*, 23, 1-9.
7. Haimson, B. & Fairhurst, C., 1970. In situ stress determination at great depth by means of hydraulic fracturing, *Symp. Rock. Mech.*, 11, 559-584.

8. Hiramatsu, Y., Hayashi, N., Furumoto, N. & Katao, H., 2000. Temporal changes in coda Q^{-1} and b value due to the static stress changes with the 1995 Hyogo-ken Nanbu earthquake, J. Geophys. Res., 105, 6141-6151.
9. 飯尾能久, 2009. 内陸地震はなぜ起こるのか?. 第1編 名古屋市: 近未来社.
10. Lyons, S. & Sandwell, D., 2003. Fault creep along the southern San Andreas from interferometric synthetic aperture radar, permanent scatterers, and stacking, J. Geophys. Res., 108, 2047.
11. Michael, A. J., 1984. Determination of stress from slip data: Faults and folds, J. Geophys. Res., 89, 11517-11526.
12. Miyazaki, S. et al., 2006. Spatial and temporal evolution of stress and slip rate during the 2000 Tokai slow earthquake, J. Geophys. Res., 111, B03409.
13. Nakamura, K., 1977. Volcanoes as possible indicators of tectonic stress orientations-principal and proposal, J. Volcanol. Geotherm. Res., 2, 1-16.
14. 西澤修, 2005. 岩石中の地震波伝播 I: 不均質媒質のモデル化と弾性波速度, 地学雑誌, 114, 921-948.
15. 西澤修, 金川久一, 2005. 岩石中の地震波伝播 II: 変成岩中の鉱物とクラックの選択配向による速度異方性, 地学雑誌, 114, 949-962.
16. Niu, F., Silver, P. G., Nadeau, R. M. & McEvilly, T. V., 2003. Migration of seismic scatterers associated with the 1993 Parkfield seismic transient event, Nature, 426, 544-548.
17. 岡本京祐, 三ヶ田均, 後藤忠徳, 武川順一, 尾西恭亮, 2010. Coda-Q と弾性体に働く応力との関係 -統計量から導く状態量: 弾性変位の影響-, 物理探査, 63, 519-529.
18. Okamoto, K., Mikada, H., Goto, T.-N. & Takekawa, J., 2011. Numerical studies on stress field monitoring using Coda-Q, SEG Expanded Abs., 30, 4229-4233.
19. Okamoto, K., Miada, H., Goto, T.-N. & Takekawa, J., 2012. Stress field monitoring using seismic scattering, SEG Expanded Abs., 31, 1-5.
20. Okamoto, K., Mikada, H., Goto, T.-N. & Takekawa, J., 2013a. Numerical analysis of the relationship between time-variant coda-Q and the variation in crustal stress, Geophys. J. Int., 195, 575-581.
21. Okamoto, K., Mikada, H., Goto, T.-N. & Takekawa, J., 2014. Utilization of waveform for estimating stress in time, KAUST-KACST-JCCP Workshop expanded Abs., 2, in press.
22. Okamoto, K., Mikada, H., Goto, T.-N. & Takekawa, J., 2013b. Seismic scattering change in an inelastic cracked medium, SEG Expanded Abs., 32, 2910-2915.
23. Okamoto, K., Mikada, H., Goto, T.-N. & Takekawa, J., 2013c. Utilization of Waveform for Estimating Stress Change in Time, EAGE Expanded Abs., 75, 1-5.
24. Orife, T. & Lisle, R. J., 2003. Numerical processing of palaeostress results, J. Str. Geol., 25, 949-957.

25. Robinson, D. J., Snieder, R. & Sambridge, M., 2007. Using coda wave interferometry for estimating the Using coda wave interferometry for estimating the events, *J. Geophys. Res.*, 112, B12302.
26. Sato, H., 1988. Temporal Change in Scattering and Attenuation Associated with the Earthquake Occurrence--A Review of Recent Studies on Coda Waves, *PAGEOPH*, 126, 465-497.
27. 佐野修, 伊藤久男, 水田義明, 2004. 地殻応力の絶対量測定の現状・問題点・今後の課題, *月刊地球*, 295, 3.
28. Sergei, V. Z. & Crampin, S., 1997. Modelling the compliance of crustal rock—I. Response of shear-wave splitting to differential stress, *Geophys. J. Int.*, 129, 477-494.
29. Simmons, G., Siegfried, R. W. & Feves, M., 1974. Differential strain analysis: A new method for examining cracks in rocks, *J. geophys. Res.*, 79, 4383-4385.
30. Snieder, R., Gret, A., Douma, H. & Scales, J., 2002. Coda wave interferometry for estimating nonlinear behavior in seismic velocity, *Science*, 295, 2253-2255.
31. Sugaya, K., Hiramatsu, Y., Furumoto, M. & Katao, H., 2009. Coseismic change and recovery of scattering environment in the crust after the 1995 Hyogo-ken Nanbu Earthquake, Japan, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 99, 435-440.
32. Taira, T., Silver, G. P., Niu, F. & Nadeau, M. R., 2009. Remote triggering of fault-strength changes on the San Andreas fault at Parkfield, *Nature*, 461, 636-674.
33. Takahashi, H., 2011. Static strain and stress changes in eastern Japan due to the 2011 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake, as derived from GPS data, *Earth Planets Space*, 63, 741-744.
34. Zoback, M. D. & Haimson, B. C., 1982. Status of the hydraulic fracturing method for in situ measurements, *Symp. Rock. Mech.*, 23, 143-156.
35. Zoback, M. D. & Zoback, M. L., 2002. 34 State of stress in the Earth's lithosphere. In: W. H. K. Lee, H. Kanamori, P. C. Jennings & C. Kisslinger, eds. *International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology. Part A* ed. Amsterdam: Elsevier, pp. 559-568.

第2章 地震学における Q_c 値の意義

2.1 緒言

Q 値とは弾性波の伝播において、媒質の吸収や散乱による減少を記すパラメータであり、媒質の減衰特性を表現するために用いられる。 Q 値には直達波の振幅の空間的減衰から求められる Q 値や、P 波、S 波の減衰から得られる Q_p 値、 Q_s 値など複数の種類がある。本研究では Yomogida & Benites (1995) にて、単散乱を考慮したときに実際の地殻の減衰構造を良く表しているとされる Q_c 値を用いることとする。 Q_c 値はコーダ波の包絡線 (Figure 2-1) の時間に対する減衰率から得ることができ、Equation 2-1 で表される。

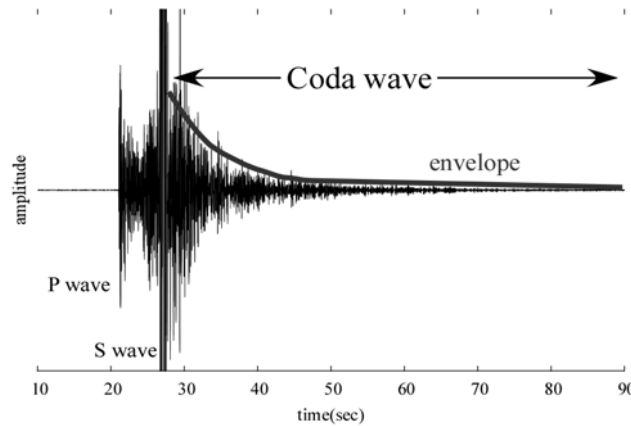


Figure 2-1 Coda wave is superposition of scattering waves. Q_c is derived from coda wave (from Okamoto et al., 2013).

$$e(t) = A_0 t^{-n} \exp\left(-\frac{\pi f}{Q_c} t\right) \quad \text{Equation 2-1}$$

ここで、 A_0 は定数、 t は地震発生からの経過時間、 f は地震波の周波数である。 t^n の項は波動の伝播による幾何学的な振幅の減衰を示しており、表面波や実体波など卓越する波によって変わるが、1 から 2 の値を取ることが経験的に知られている (Sato & Fehler, 1998)。この定義式より、 Q_c 値の逆数である Q_c^{-1} 値が大きければコーダ波の減衰が大きく、 Q_c^{-1} 値が小さければコーダ波の減衰が小さいことが分かる。

Jin et al. (2004) と Aki (2004) は米国カリフォルニア州にある、サンアンドレアス断

層の長期観測の結果から、 Q_c^{-1} 値と、あるマグニチュード帯の地震発生頻度が、時間的に非常に高い相関性を持つことを発見した。Figure 2-2 上段は、サンアンドレアス断層周辺において、マグニチュード 3.0 から 3.5 の地震が全体の地震に対して占める割合の時間的変化、Figure 2-2 下段はその時の Q_c^{-1} 値変化である。両者の相互相関を取ると、相互相関係数は 0.8 以上と非常に高い値を取ることが分かった。このことより、地震活動に伴う地殻の不均質変化と Q_c^{-1} 値が関係性を持っていることが考えられる。

Q_c 値は Figure 2-1 に示されるように、波動が伝播する間に、媒質によって散乱、吸収されて生じたコーダ波の減衰から求められる。コーダ波は伝播する媒質中の情報を持っているので、時間的な変化だけではなく、空間的な異常をとらえられることも分かっている。例えば、火山体や断層近傍で Q_c 値が空間的に異常な値を取ることを指摘されている（例えば、Jin & Aki, 1988; Matsumoto & Hasegawa, 1989; Got et al., 1990; Jin & Aki, 2005 など）。更に Aki (2004) と Hiramatsu et al. (2000), Hiramatsu et al. (2010) は地震後の Q_c 値の時空間的变化を指摘している。以上の事実から、地域的な異常や長期間の地震活動サイクルに従って変化する地殻の媒質状態変化を Q_c 値が捉えている能性が示唆される。

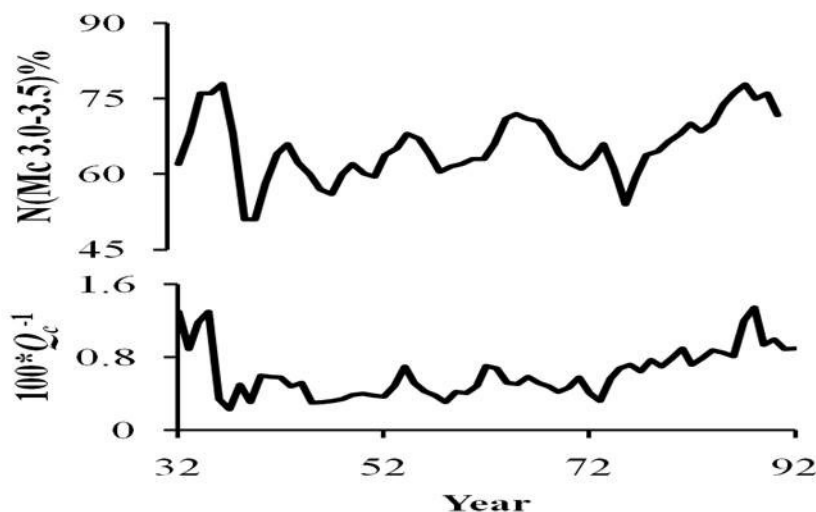


Figure 2-2 Temporal change in the ratio of occurrence of earthquakes whose magnitude is from 3.0 – 3.5, and temporal change in Q_c^{-1} (after Jin et al., 2004).

このように、 Q_c 値と地下不均質、地殻応力の間に関係性があることが指摘されている一方で、地震波コーダのいずれの部分も Q_c 値推定に用いるかにより、 Q_c 値が異なった値を取ることが知られており (Rautian & Khalturin, 1987)、安定した Q_c 値取得は一つの大きな課題である。経験的に、 Q_c 値を求める際のコーダ波を切り出すための時間窓として、S 波走時の二倍からコーダ時間窓を設定することが多い（例えば、Aki & Chouet,

1975; Rautian & Khalturin, 1987). これは、自然地震の観測ではコーダ波の先頭部分は大きさを無視できない震源形状や複雑な地下構造に起因する直達波のフレネルゾーンの広がりやの差異を生じる震源方向などに影響されやすく、空間的に一定な安定した Q_c 値を取得することが難しいためである。一方で、コーダ波の先頭部分は直達波に影響されやすく、後半部分は多重散乱に影響されやすいため、別々の開始点・終了点を持つコーダ時間窓に対して異なった Q_c 値が求まることが知られており（実データでは Kosuga, 1992, 数値計算では Hoshiba et al., 2001）、コーダの時間窓設定は Q_c 値の推定の上で非常に重要な要素である。

また、コーダ波の減衰から得られる Q_c 値は、地震波がクラックや亀裂、地下媒質の不均質によって散乱されることによって減衰する散乱減衰と、媒質や水との間の摩擦によってエネルギーが熱に変換することによって減衰する内部減衰の影響を受ける。 Q_c 値がいずれの減衰の影響を大きく受けるかは、多くの研究により議論されてきたが（例えば, Tselentis, 1998; Jin et al., 1994）、対象とする地域や周波数帯などによって異なるため、未だに議論の余地が残っている。

本章では、地震波から Q_c 値の求め方を説明したのち、異なるマグニチュード、震源場所を持った地震に対して、最も安定した Q_c 値を与えるコーダ時間窓の検討を行う。その結果、S 波走時 1.5 倍時点を開始点としたコーダ時間窓を本研究では用いることを説明する。

また、応力変化によってクラック、亀裂の生成・閉鎖が生じた場合、散乱減衰が変化すると考え、その時に、内部減衰と散乱減衰両者の影響を受ける Q_c 値から応力変化に伴う散乱減衰変化を検出することができるか検討した。その結果、地下に震源が存在する場合、応力変化に伴うクラック、亀裂の生成・閉鎖により変化する散乱減衰が、内部減衰場においても観測できることを確認した。

2.2 Q_c 値の求め方

Q_c 値は Equation 2-1 で定義されているように、コーダ波の減衰率の一部として求められる。ここでは、本研究を通して使われる Q_c 値の推定方法について述べる。

まず観測された地震波形にバターワースフィルター（斉藤, 1978）を適用する。対象周波数を含むオクターブバンドのフィルター（例えば、対象周波数が 6Hz の場合は 4-8Hz のバターワースフィルター）を用いる。この後に、Equation 2-2 で示されるヒルベルト変換を適用し、各散乱波間の谷間を埋め、包絡線 $e(t)$ を求める。具体的には位相を $\pi/2$ 遅らせた波形との二乗和をとり、波形間の谷間を埋める。

$$H(\omega) = \begin{cases} -i & (\omega > 0) \\ 0 & (\omega = 0) \\ i & (\omega < 0) \end{cases} = \begin{cases} e^{-i\pi/2} & (\omega > 0) \\ 0 & (\omega = 0) \\ e^{i\pi/2} & (\omega < 0) \end{cases} \quad \text{Equation 2-2}$$

$$e(t) = \sqrt{f(t)^2 + H(f(t))^2} \quad \text{Equation 2-3}$$

ここで、 H はヒルベルト変換を表す。尚、ヒルベルト変換の際の波数領域と時間領域の変換にはフーリエ変換を用いている。Figure 2-3 にヒルベルト変換を施した後の地震波形を示す。この地震波形に対して、更に RMS (Root Mean Square) 法（例えば、Roecker et al., 1982; Zelt et al., 1999; Kumar et al., 2005）を用いて地震波形の凹凸を埋める。

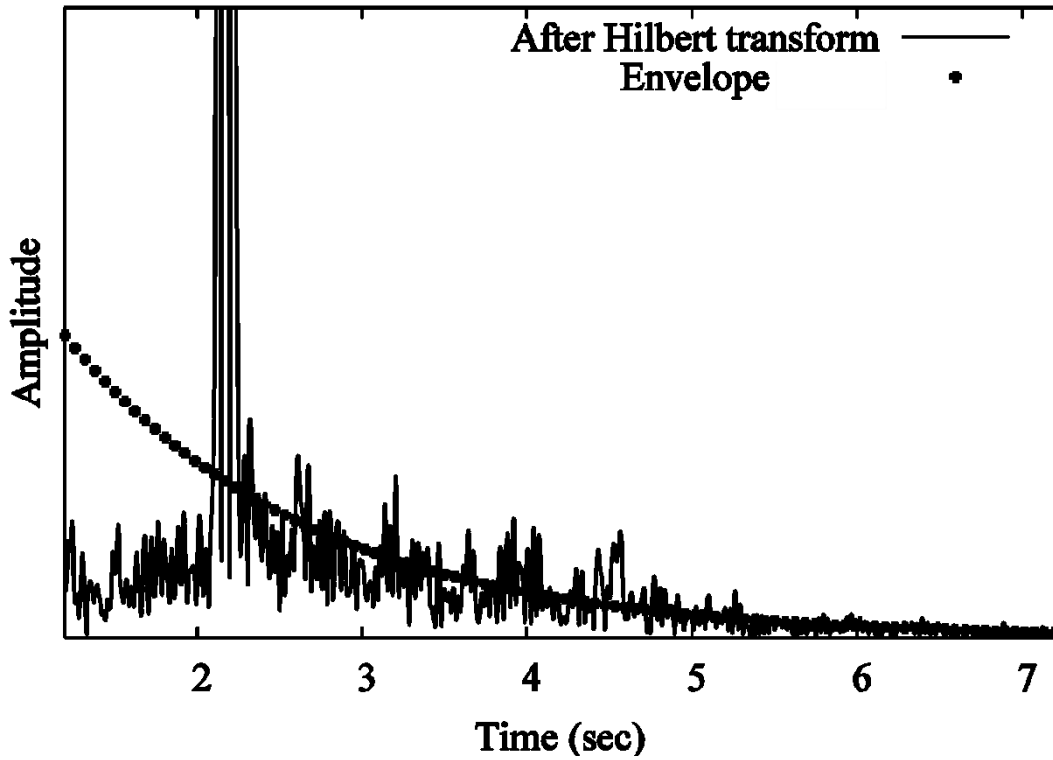


Figure 2-3 Seismic wave after the Hilbert transform.

ここで、この波形の対数を取り Equation 2-1 の対数式 Equation 2-4 を最小二乗法、または非線形最小二乗法によりフィッティングする (Figure 2-4)。

$$\log e(t) = -\frac{\pi f}{Q_c} t + \log A_0 - n \log t \quad \text{Equation 2-4}$$

ここで、幾何減衰に関わる項 n は卓越する地震波の種類によって決まるが、本研究では

点震源を用いる場合は $n=1$ を用い, その他の平面波入射を仮定する場合は $n=0$ を用いる. また, Q_c 値の周波数依存性があることが知られているが (例えば, Wu, 1985), 本研究では数値計算において一定の周波数での発震をし, なおかつバンドパスを通過させることで, ある特定の周波数に対する Q_c 値を用いることとし, 周波数依存性は考えない.

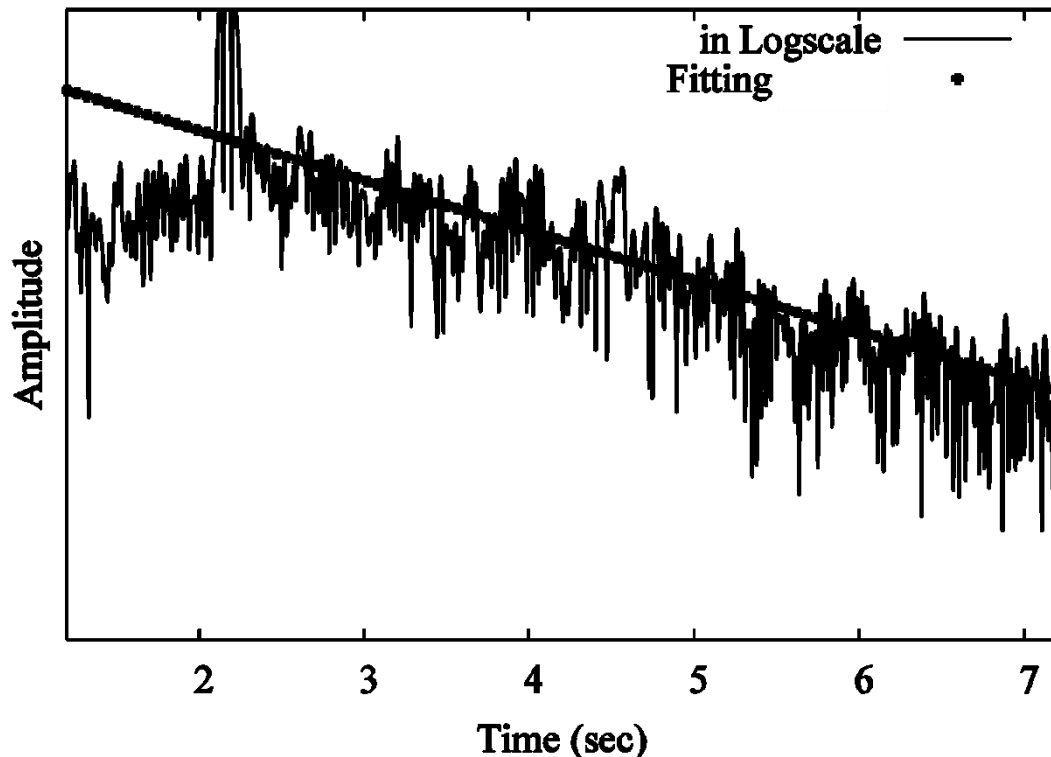


Figure 2-4 Equation 2-4 is fitted to the logarithm of the wave after the Hilbert transform

2.3 コーダ時間窓の設定

Q_c 値を求める際には, Q_c 値推定に用いるコーダ波を切り出すために時間窓を設定しなくてはならない (Figure 2-5). 経験的には S 波走時の二倍からコーダ時間窓を設定することが多い (例えば, Aki & Chouet, 1975; Rautian & Khalturin, 1987). これは, 自然地震の観測ではコーダ波の先頭部分は大きさを無視できない震源形状や複雑な地下構造に起因する直達波のフレネルゾーンの広がりやの差異を生じる震源方向などに影響されやすく, 空間的に一定な安定した Q_c 値を取得することが難しいためである. 一方で, コーダ波の先頭部分は直達波に影響されやすく, 後半部分は多重散乱に影響されやすいため, 別々の開始点・終了点を持つコーダ時間窓に対して異なった Q_c 値が求まることが知られている (実データでは Kosuga, 1992, 数値計算では Hoshiba et al., 2001). コー

ダの時間窓設定は Q_c 値の推定の上で非常に重要な要素である。

そこで、数値計算を用いて、マグニチュード・震源場所に依らず安定した Q_c 値を取得することのできるコーダ波切り出し窓を検討した。具体的には数値計算手法によりクラック媒質中を伝播する波動場を計算し、その地震波動に対してコーダ時間窓の開始点を S 波走時の 1.25 倍、1.5 倍、1.75 倍、2.0 倍、2.5 倍とずらして Q_c 値推定を行う。この時、震源のマグニチュードが変化したとき、及び震源の位置が変化したときの Q_c 値取得のばらつきを検討した。

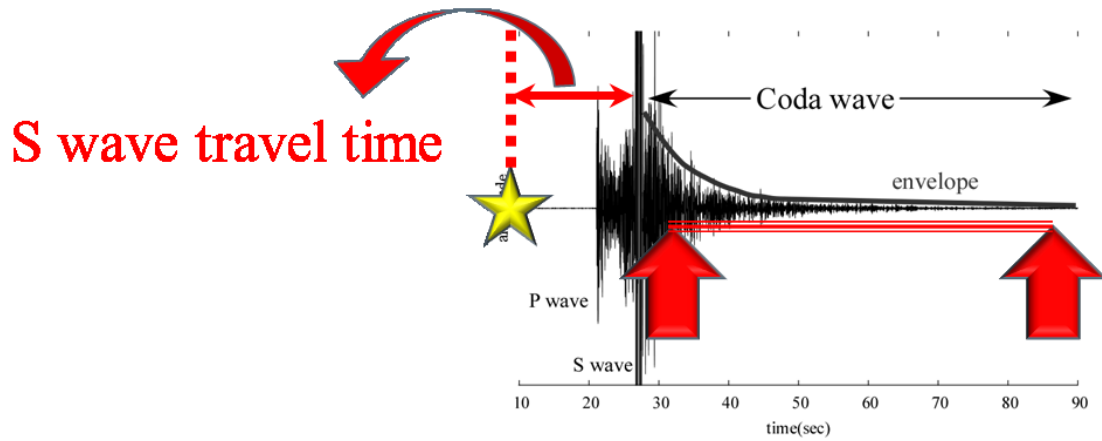


Figure 2-5 Length of coda wave to estimate Q_c is important factor.

2.3.1 基礎方程式

二次元の有限差分法を用いて、弾性波動場及びクラックによる散乱波の計算コードを作成する。計算に用いた支配方程式は、SH 波の運動方程式 Equation 2-5 と応力-ひずみ関係式 Equation 2-6, Equation 2-7 である。

$$\rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \quad \text{Equation 2-5}$$

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u_y}{\partial x} \quad \text{Equation 2-6}$$

$$\tau_{xz} = \mu \frac{\partial u_y}{\partial z} \quad \text{Equation 2-7}$$

ここで、 ρ は密度、 u は変位、 τ は応力、 $\lambda \cdot \mu$ はラメ定数、 t は時間、 $x \cdot z$ は空間座標を示す。Equation 2-5 の両辺を ρ で割り、Equation 2-6, Equation 2-7 を時間 t で微分すると、

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \quad \text{Equation 2-8}$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} = \mu \frac{\partial v_y}{\partial x} \quad \text{Equation 2-9}$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} = \mu \frac{\partial v_y}{\partial z} \quad \text{Equation 2-10}$$

を得る．ここで， $v = \frac{\partial u}{\partial t}$ は変位速度である．Equation 2-8, Equation 2-9, を A.2 で述べる Rotated Staggered Grid (Saenger, 2000) により差分化し数値計算を行う．

2.3.2 境界条件・入射波

境界条件として，モデルの左右及び下面に Perfect matched Layer (PML, Drossaert & Giannopoulos, 2007; Komatitsch & Martin, 2007) 境界による吸収境界，上面に自由境界面を設定する．PML 境界とはモデル端付近の数グリッド（本研究では 5 グリッドを使用）内で計算される波動場に対して反射率が 0 となるような位相の波を足しこむことで，境界面からの反射を抑える手法である．吸収境界内の位相速度及び応力は周波数領域で以下の Equation 2-11 で表される．

$$i\omega \tilde{\rho} = \frac{1}{\gamma_k} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x_k} \quad \text{Equation 2-11}$$

$$i\omega \tilde{\rho} = \frac{1}{\gamma_m} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x_m}, \text{ where } j, k, l, m = x, y, z$$

$$\gamma_k = \kappa_k + \frac{\zeta_k}{l_k + i\omega} \quad \text{Equation 2-12}$$

ここで ω は角周波数， C は弾性定数，” \sim ” で表された変数は周波数領域での変数である． l, ζ はそれぞれ PML 境界と通常計算領域の境界面で最大値を取り，計算領域端に向かって 0 に向かって多項式的に減少し， κ はその逆に 0 から増加する． ζ, l, κ の最大値はそれぞれ， π (円周率)，1.25, 44.09 を設定している．ここで，本計算は時間領域で行われているため，周波数領域での掛け算は畳み込みの形で表されるため，以下の Equation 2-13, Equation 2-14, Equation 2-15 を得る．

$$\rho \frac{\partial v_j}{\partial t} = \frac{1}{\kappa_k} \frac{\partial \tau_{jk}}{\partial x_k} + \zeta_k * \frac{\partial \tau_{jk}}{\partial x_k} \quad \text{Equation 2-13}$$

$$\frac{\partial \tau_{jklm}}{\partial t} = C_{jklm} \left(\frac{1}{\kappa_m} \frac{\partial v_l}{\partial x_m} + \zeta_m * \frac{\partial v_l}{\partial x_m} \right) \quad \text{Equation 2-14}$$

$$\zeta_k = -\frac{\zeta_k}{\kappa_k^2} \exp \left\{ - \left(\frac{\zeta_k}{\kappa_k} + t_k \right) dt \right\} \quad \text{Equation 2-15}$$

dt は時間方向の刻み幅, *は畳み込みすることを表している.

また, Rotated Staggered Grid にて自由境界面を導入するには, 空気の媒質パラメータを該当するグリッド上に与えることで実現できる. これは, Rotated Staggered Grid を用いると, 高いインピーダンス比が導入された場合でも発散することなく波動場を計算できることに依る.

また, 入射波としてはモーメントマグニチュード M_w (Kanamori, 1977) 1.0 から 5.0 に対応するモーメントテンソルを持つダブルカップル震源を Graves (1996) に従って与える. 震源時間関数は線形に滑るモデルを採用する. 震源断層パラメータはスケーリング則に基づいて与える (Romanowicz & Ruff, 2002; 宇津, 2001). 以下が断層走向長さ L (km), 平均滑り量 \bar{U} (m), 滑り継続時間 T (s) である.

$$\log L = 0.5M - 1.85 \quad \text{Equation 2-16}$$

$$\log \bar{U} = 0.5M - 3.1 \quad \text{Equation 2-17}$$

$$\log T = 0.5M - 3.1 \quad \text{Equation 2-18}$$

なお, M は地震モーメントであり, モーメントマグニチュード M_w との関係式は $\log M = 1.5M_w + 9.1$ により与えられる.

2.3.3 シミュレーションモデル

Figure 2-6 に示すモデルを用いて計算を行った. モデルパラメータとして S 波速度 $V_s = 3600$ m/s, $\rho = 2600$ kg/m³, ヤング率 $E = 80.0$ GPa を与えた. このモデル内に真空の媒質定数を持つクラックを 150 個配置した. クラック長は 5m から 60m の間でランダムに決定し, 配置角もランダムとした.

受振器を地表面の中央部に配置し, 1 から 5 のモーメントマグニチュード M_w を取り得るダブルカップル震源が Figure 2-6 中の星印のいずれかの位置に配置される. その時の地震動を地表の観測点で観測する. この時, コーダ波時間窓の開始点として, S 波走時の 1.25 倍, 1.5 倍, 1.75 倍, 2.0 倍, 2.5 倍の 5 パターンを用いた.

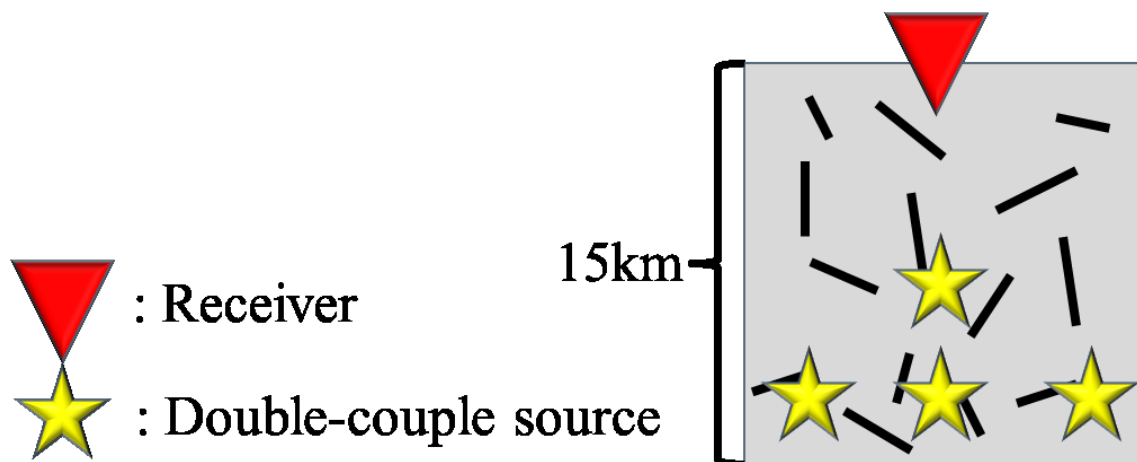


Figure 2-6 Simulation model. The size is 15×15 (km). Sources locate at 8km or 12km depth from the surface.

2.3.4 結果

Figure 2-7 にモデル中心下部に震源を配置し、 M_w を変化させた際の Q_c^{-1} 値変化と、Figure 2-8 に震源位置を四か所変化させた時の Q_c^{-1} 値の分散を時間窓ごとに示す。

Figure 2-7 より、いずれの時間窓で得られた Q_c^{-1} 値も $M_w = 3$ より小さいところでは一定の Q_c^{-1} 値をとることが分かる。しかし、 M_w が 4 より大きいところでは各時間窓により違う挙動をとることが分かる。これは、地震波長とクラック長が同程度の時に地震波が効率的に散乱されやすいことに起因する。断層すべりに対応して放射される地震波長は、スケーリング則より $M_w = 1$ で 9m, $M_w = 3$ で 90m, $M_w = 5$ で 900m である。一方、モデル内のクラック長は 5m から 60m の間に分布しているので、 $M_w = 3$ 程度まではクラックにより効率的に地震波が散乱されることが分かる。しかし、 M_w が 4 程度より大きくなると、放射される地震波を効率的に散乱するクラックが存在しないのでコード波形状が不安定になり、 Q_c^{-1} 値も不安定になると推察される。また、時間窓の開始点が S 波走時の 1.5 倍の時に Q_c^{-1} 値が全てのマグニチュードを通して最も一定値に近いことが分かる。

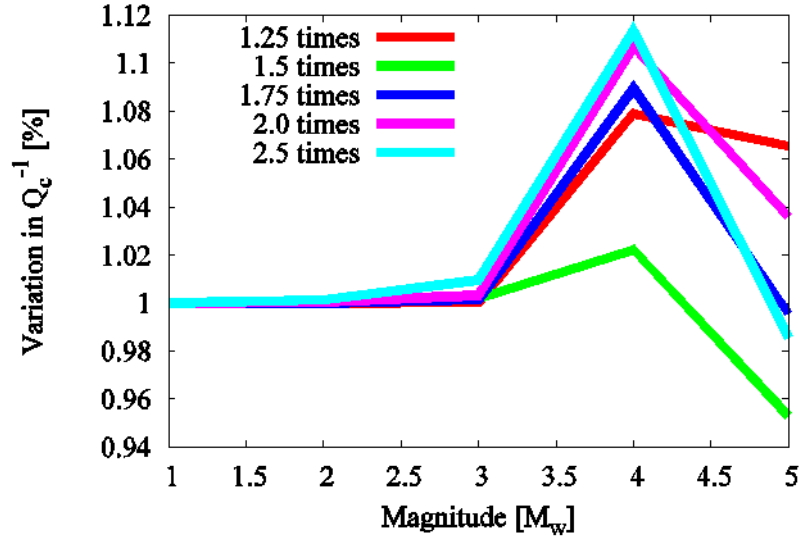


Figure 2-7 Variation in Q_c^{-1} against moment magnitude. Results are obtained for the coda time windows whose start point is 1.25, 1.5, 1.75, 2.0 and 2.5 times S wave arrival.

一方, Figure 2-8 より時間窓の開始が S 波走時の 2 倍より大きくなると, 空間的な Q_c^{-1} 値の分散が大きくなることが分かる. これは, 時間窓の開始が遅れると, 少ない情報で Q_c^{-1} 値を決定するので安定した Q_c^{-1} 値を求められなくなるためと考えられる.

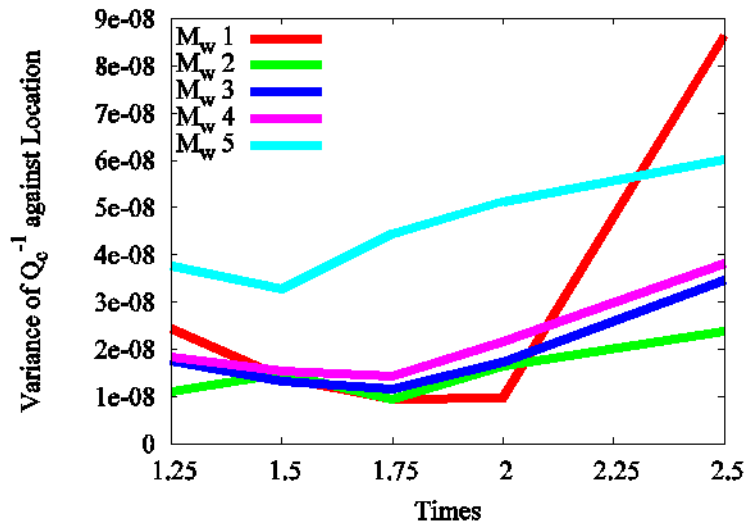


Figure 2-8 Variance of Q_c^{-1} against length of coda time window. The results are obtained against M_w 1, 2, 3, 4 and 5.

以上の結果より, 本研究では S 波走時の 1.5 倍をコーダ時間窓の開始点とすることに

した。また、終了点として、数値計算においては振幅が十分小さくなった点、実データにおいては S/N 比が 2 より小さくなった点とした。

2.4 内部減衰場が Q_c 値変化評価に与える影響

2.4.1 散乱減衰と内部減衰

2.2 にて、 Q_c 値がコーダ波の減衰率から求められることを述べた。ここではコーダ波が減衰する理由を詳しく見てみる。コーダ波は地殻中の不均質（インピーダンス変化）で散乱された散乱波の重ね合わせで生じる。散乱のみが生じるならば、波動のエネルギーが空間的に再配分されるだけなので、波動が伝わる媒質全体としての波動エネルギーの総和は一定となる。しかし、一般的には波動が伝播する媒質との摩擦や、孔隙に含まれる水との間で生じる熱エネルギーとの交換により波動エネルギーは保存されない (Figure 2-9)。この波動エネルギーを保存しない減衰のことを内部減衰と呼ぶ。地震波の散乱で生じる減衰から求められる Q 値を Q_{sc} 、内部減衰によって生じる減衰を Q_{in} とすると、全減衰 Q_{tot} の関係は以下で規定される。

$$\frac{1}{Q_{tot}} = \frac{1}{Q_{sc}} + \frac{1}{Q_{in}} \quad \text{Equation 2-19}$$

地震波コーダ部分は上記で述べた散乱減衰、内部減衰両者の影響を受けて減衰する (Figure 2-10)。

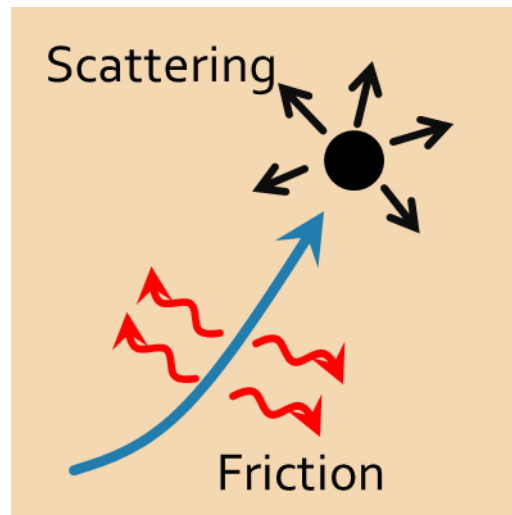


Figure 2-9 Energy in seismic wave attenuates due to two causes. One is scattering at an inclusion and the other is friction.

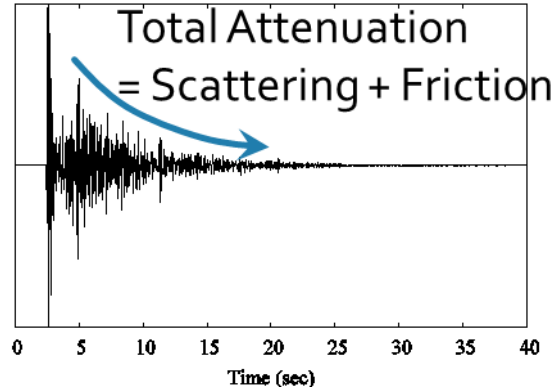


Figure 2-10 Coda wave attenuates due to scattering and intrinsic attenuation.

地震波の散乱波の重ね合わせで表現されるコーダ波，特に多重散乱波の卓越するコーダ後半部分は散乱減衰によって支配されている．しかし，S波の到着直後では直達波，単散乱の影響も強く，全減衰（= 内部減衰+散乱減衰）の影響が強い．本研究では，媒質内の水や粘性の影響により性質の決まる内部減衰は応力変化に対して変化しないと考え， Q_c 値は散乱減衰にのみ影響されると仮定して議論を進める．そのため，この仮定の妥当性，適用範囲について検討するため，内部減衰が存在する場で散乱減衰強度の変化 Q_{sc} 及び全減衰 Q_{tot} がどのような挙動を示すか議論する．

2.4.2 シミュレーションモデル

基礎方程式として二次元の P-SV 波（Equation 2-20 - Equation 2-24）を用いるが，離散化方法，境界条件ともに 2.3 でのコーダ時間窓の議論をした際と同じものを用いる．運動方程式

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad \text{Equation 2-20}$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \quad \text{Equation 2-21}$$

応力-ひずみ関係式

$$\tau_{xx} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad \text{Equation 2-22}$$

$$\tau_{zz} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad \text{Equation 2-23}$$

$$\tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \quad \text{Equation 2-24}$$

モデルパラメータは P 波速度 $V_p = 6300$ m/s, $V_s = 3600$ m/s, $\rho = 2600$ kg/m³ を与える．

中心周波数 6Hz のリックカー波を震源波形として用いる．リックカー波は火薬爆発などにより生じた弾性波が地殻内部を伝播するとき、震源で発生したパルス波形が次第に振動波形となったものである．リックカー波は Equation 2-25 で表される．

$$f(t) = (1 - 2\pi^2 \nu_M^2 t^2) \exp(-\pi^2 \nu_M^2 t^2) \quad \text{Equation 2-25}$$

ここで ν_M はスペクトルのピーク周波数である．震源は自然地震を想定した地下 32km 地点、または人工震源やごく地表付近の自然地震を想定して地表面に置かれる．

内部減衰場を導入するために、時刻 t に (x, z) 点で計算された波形の振幅 $A(t, x, z)$ に対して、

$$A(t, x, z) = A_0 \exp\left(-\frac{\omega}{2Q_{in}(x, z)} t\right) \quad \text{Equation 2-26}$$

となるように振幅を減衰させる． $Q_{in}(x, z)$ は (x, z) における内部減衰 Q 値を示す．本研究ではモデル内の全ての場所で同じ値の Q_{in} を用いることとした． Q_{in}^{-1} を $1.0 \times 10^{-4} - 2.2 \times 10^{-2}$ の範囲で変化させる．

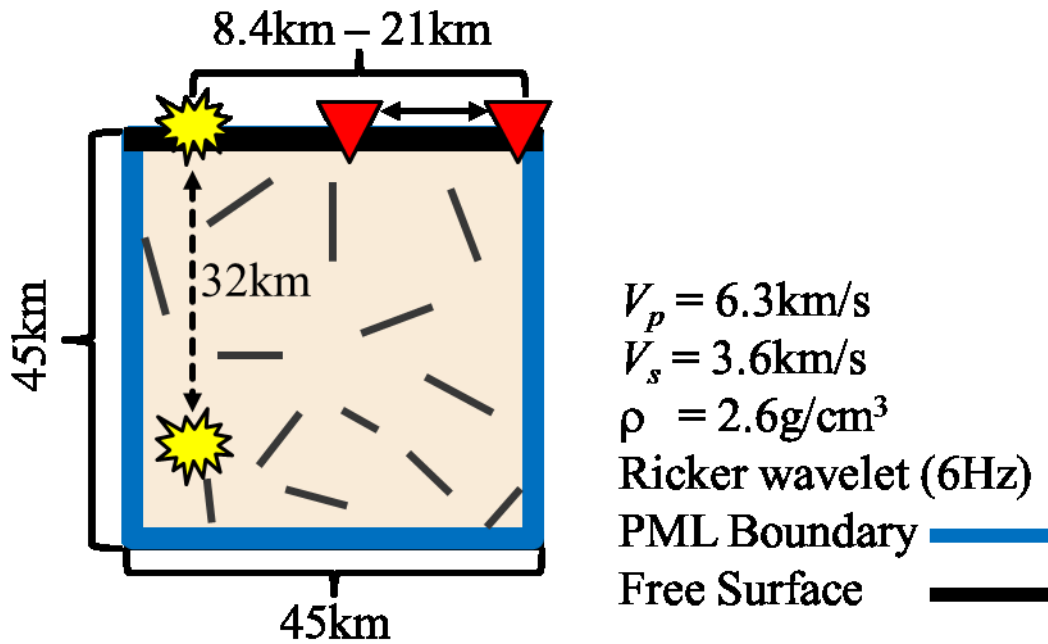


Figure 2-11 Simulation model.

モデル内 (Figure 2-11) には真空の媒質定数を持つ 6m から 60m のクラック長のクラックがランダムな場所及び角度で配置されており、それらのクラックによって地震波が散乱され散乱減衰が生じる．モデル内のクラックの個数は 100 から 1620 個の間で変化させ散乱減衰の強弱を変更する．クラック個数が増加したときに、地震波の散乱強度が増

加するので、散乱減衰から生じる Q_{sc}^{-1} も増加することが予想される。地震動は地表面に設置された受振器で観測される。受振器と震央の水平距離は 8.4km から 21km の間で変化する。

本研究では Q_c^{-1} 値変化は散乱減衰の変化によってもたらされると仮定するために、内部減衰がある媒質内でも散乱減衰の変化を観測することが可能か次節で検討を行う。

2.4.3 Multiple Time Window Method

本研究では観測された Q_c^{-1} 値は散乱減衰の影響によって変化すると仮定している。つまり、内部減衰が存在し、摩擦によって地震波形の振幅が減少する状態であっても散乱減衰の変化が覆い隠されずに観測され则认为している。内部減衰場での散乱減衰の変化を議論するためには、観測される全体の Q_{tot} から内部減衰による影響分 Q_{in}^{-1} と散乱減衰による影響分 Q_{sc}^{-1} を分離する必要がある。そこで、Fehler et al. (1992) によって導入された Multiple Lapse Time Window Method (MLTW) を用いて、内部減衰と散乱減衰の影響を個別に見ることとする。

MLTW 法はコーダ波の前半部分は内部減衰と散乱減衰の両者の影響を受けていて、多重散乱波の卓越する後半部分は主に散乱減衰の影響を受けているという事実に基づく (Figure 2-12)。

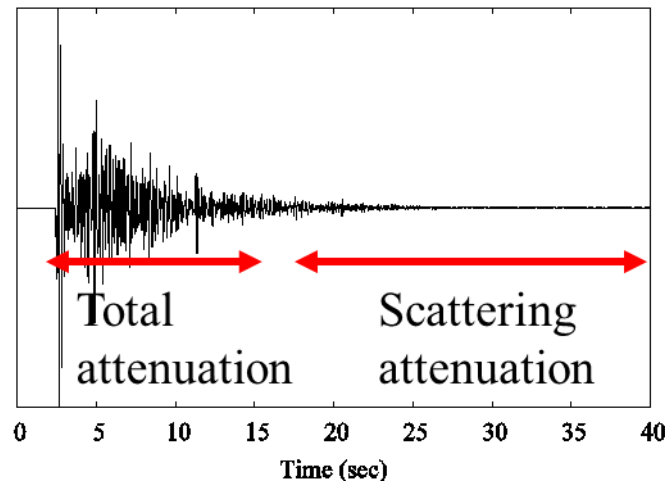


Figure 2-12 Early portion of coda wave is affected by total (= intrinsic + scattering) attenuation, while later portion is affected by scattering attenuation.

MLTW 法の手法を詳しく説明する。まず、地震波の直達 S 波到着後の 0 – 10 秒間 (Time Window 1) のエネルギー E_1 、15 - 25 秒間 (Time Window 2) のエネルギー E_2 、30 - 40 秒間 (Time Window 3) のエネルギー E_3 を計算する (Figure 2-13)。これらのエネルギーを直達 S 波到着後 45 – 55 秒間のエネルギー E_{ref} で除す。これにより、異なる割合で

内部減衰，散乱減衰の影響を受けた指標， E_1/E_{ref} , E_2/E_{ref} , E_3/E_{ref} を得ることができる． E_{ref} で除することで Equation 2-1 に含まれる， A_0 （震源の形状や種類の影響）， t^n （幾何減衰）の影響を取り除くことができる．

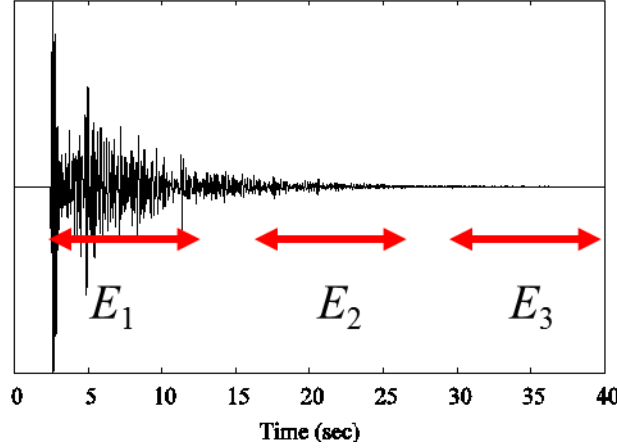


Figure 2-13 Three coda time windows. Energy in each window is affected by different amount of scattering and intrinsic attenuation.

ここで，Equation 2-27 に示されるボルツマン方程式の理論式 Paasschens (1997) を用いて，得られた E_1/E_{ref} , E_2/E_{ref} , E_3/E_{ref} から内部減衰 Q_{in}^{-1} と散乱減衰 Q_{sc}^{-1} の大きさを非線形最小二乗法によりインバージョンする．

$$P(r, t) = \frac{1}{4\pi r^2} \delta(r - vt) \exp\left[-\omega t (Q_{sc}^{-1} + Q_{in}^{-1})\right] + \frac{(1 - r^2/v^2 t^2)^{1/8}}{(4\pi Q_{sc} v^2 t/3\omega)^{3/2}} \exp\left[-\omega t (Q_{sc}^{-1} + Q_{in}^{-1})\right] G\left[\omega t Q_{sc}^{-1} \left(1 - \frac{r^2}{v^2 t^2}\right)^{3/4}\right] \Theta(vt - r) \quad \text{Equation 2-27}$$

$$\text{where } G(x) = 8(3x)^{-3/2} \sum_{N=1}^{\infty} \frac{\Gamma(\frac{3}{4}N + \frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{3}{4}N)} \frac{x^N}{N!}$$

ここで， $P(r, t)$ は震源からの距離 r ，時刻 t での波動エネルギー， Θ はステップ関数である．距離 r での時刻 t_1 から t_2 での理論的な波動エネルギー E は $E = \int_{t_1}^{t_2} P(r, t) dt$ で求めることができる．実際に，数値計算により観測された震源受振器間距離の異なる5つの地震波形 (Figure 2-14) から E_1/E_{ref} , E_2/E_{ref} , E_3/E_{ref} を求め，Equation 2-27によってインバージョンした結果が Figure 2-15 である．

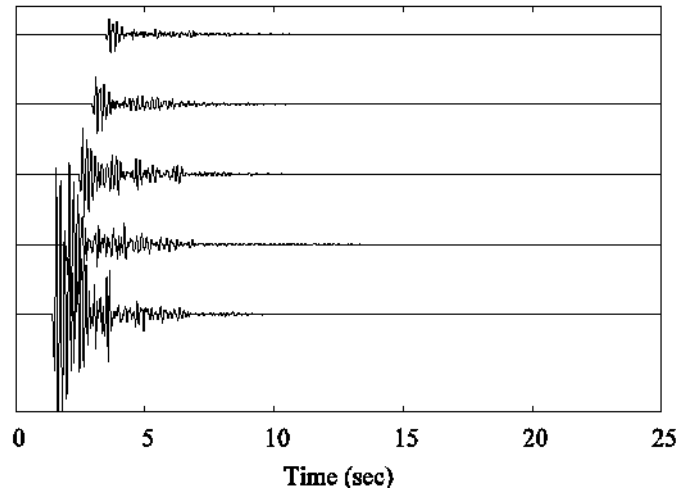


Figure 2-14 Seismic waves observed at 5 different locations. Distance between source and receiver is from 8.4km to 21.0km.

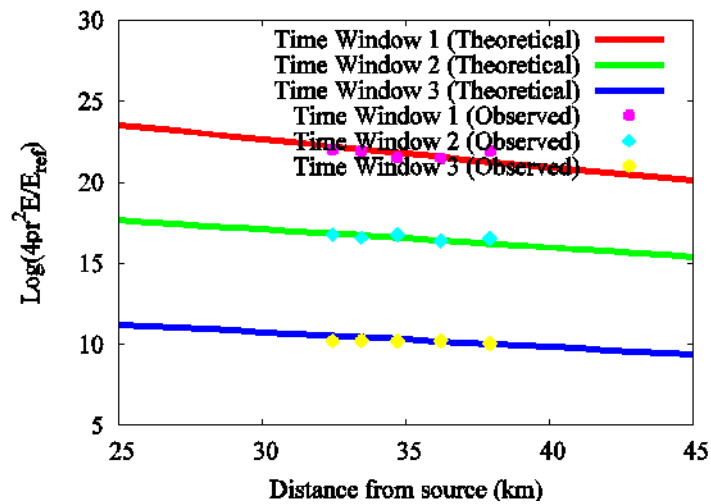


Figure 2-15 The five seismograms (Figure 2-14) are inverted using Equation 2-27. The amount of the theoretical and observed energy in each time window are shown.

理論式より求められたエネルギー（実線）と、数値計算された波形から計算されたエネルギー（点）が、全ての Time Window、震源受振器間距離においてもよく一致していることが分かる。この方法により、散乱減衰による影響である Q_{sc}^{-1} と内部減衰による影響である Q_{in}^{-1} を分離することができる。

2.4.4 内部減衰場での Q_c 値変化

Figure 2-16 に、内部減衰による Q_{in}^{-1} （緑色の実線）を一定にした状態でモデル内に含

まれるクラック数を変化させ散乱減衰の強度を変化させた時の、モデル内の散乱減衰による Q_{sc}^{-1} 及び全減衰 Q_{tot}^{-1} の変化を示した。この時、Figure 2-11 に示される震源は地表にある。同じ色の実線（赤：全減衰，緑：内部減衰，青：散乱減衰）では、上にある実線がより高い Q_{in}^{-1} を与えた時の結果に対応している。

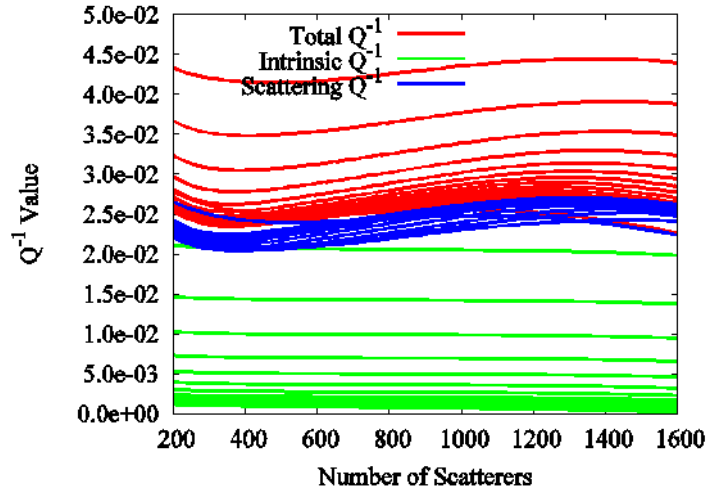


Figure 2-16 Amount of Q_{tot}^{-1} , Q_{sc}^{-1} and Q_{in}^{-1} against number of scatterers. Q_{in}^{-1} is fixed. Each line show the result for different given Q_{in}^{-1} .

モデル中のクラック数が増加することで、散乱強度が強まり Q_{sc}^{-1} 及び全減衰 Q_{tot}^{-1} は増加するはずである。しかし、この結果からは僅かに Q_{sc}^{-1} 及び Q_{tot}^{-1} が増加している傾向は見て取れるが、明確に増加しているとは言えない。内部減衰が存在することで、クラックが増加したことによる散乱減衰変化の影響が覆い隠されていることが分かる。全減衰、散乱減衰ともにクラック個数変化に対して明確な応答を示さないので、全減衰及び、散乱減衰に影響を受ける Q_c^{-1} 値がクラック個数変化に応じて変化するということは期待できない。内部減衰がある場では Q_c^{-1} 値変化からクラック個数変化を推定することは難しい。つまり、応力変化によりクラック個数が変化しても、その変化を観測することはできない。Figure 2-17 に示されるのは全減衰 Q_{tot}^{-1} 値のうち、散乱減衰 Q_{sc}^{-1} 値が占める割合サイスミックアルベド B (Equation 2-28) により、Figure 2-16 の結果を解釈し直した図である。

$$B = \frac{Q_{sc}^{-1}}{Q_{sc}^{-1} + Q_{in}^{-1}} \quad \text{Equation 2-28}$$

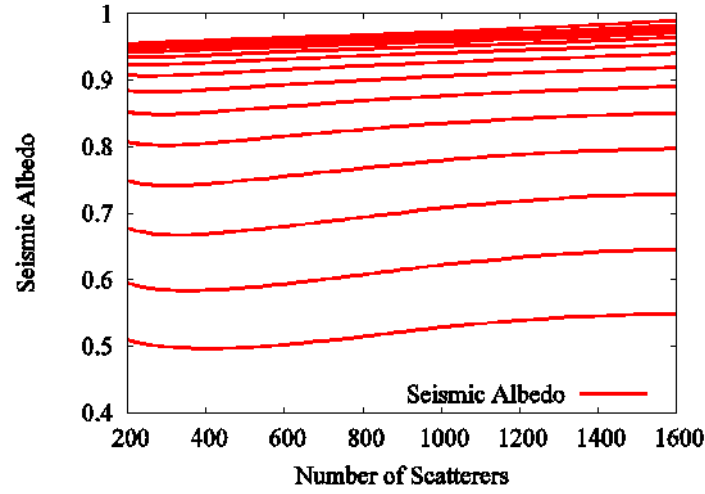


Figure 2-17 Ratio of scattering attenuation to total attenuation, seismic albedo. Seismic albedo is plotted against number of scatterers.

この結果を見ても、クラック個数が増加し散乱減衰の強度が上昇してもサイスミックアルベドの数値はほとんど変化がないことが分かる。尚、Figure 2-17 に示された結果のうち、下にある実線が示す結果ほど大きな Q_{sc}^{-1} が与えられた時の結果である。散乱減衰の変化が Q_c^{-1} 値には反映されにくいことを示している。

一方、Figure 2-18 は震源が地下にある時の結果である (Figure 2-11 参照)。 Q_{in}^{-1} (緑色の実線) は一定値で固定されており、この時、モデル内のクラック数が増加する。同じ色の実線 (赤：全減衰、緑：内部減衰、青：散乱減衰) では、上にある実線がより高い Q_{in}^{-1} を与えた時の結果に対応している。

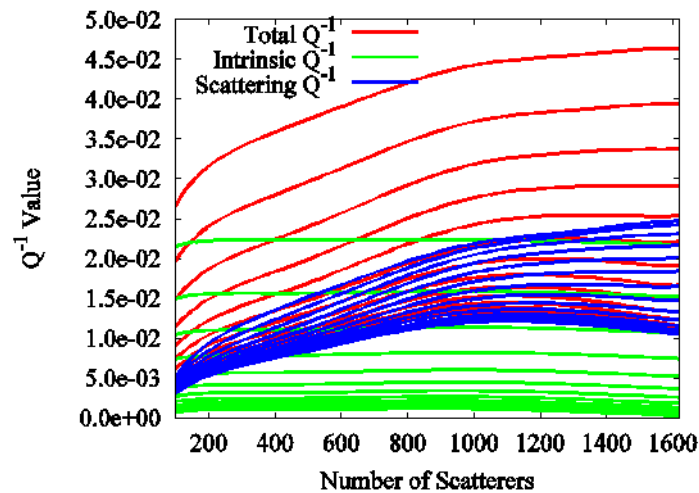


Figure 2-18 Amount of Q_{tot}^{-1} , Q_{sc}^{-1} and Q_{in}^{-1} against number of scatterers. Q_{in}^{-1} is fixed. Each line show the result for different given Q_{in}^{-1} .

先ほどの震源が地表面にあった場合と異なり，クラック数の増加に従って，散乱強度変化を表す Q_{sc}^{-1} 値及び全減衰 Q_{tot}^{-1} 値が増加することが分かる．サイスミックアルベドの観点から見た結果 Figure 2-19 においても，クラック個数の増加に従って，全減衰に対して散乱減衰が影響を与える影響が支配的になっていることが分かる．

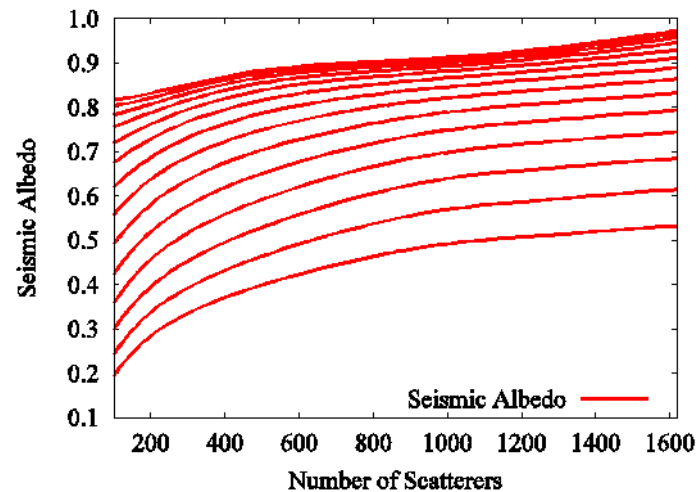


Figure 2-19 Ratio of scattering attenuation to total attenuation, seismic albedo. Seismic albedo is plotted against number of scatterers.

このことより，震源が地下にある場合，散乱強度の変化は内部減衰に覆い隠されず，観測が可能だということが分かった．

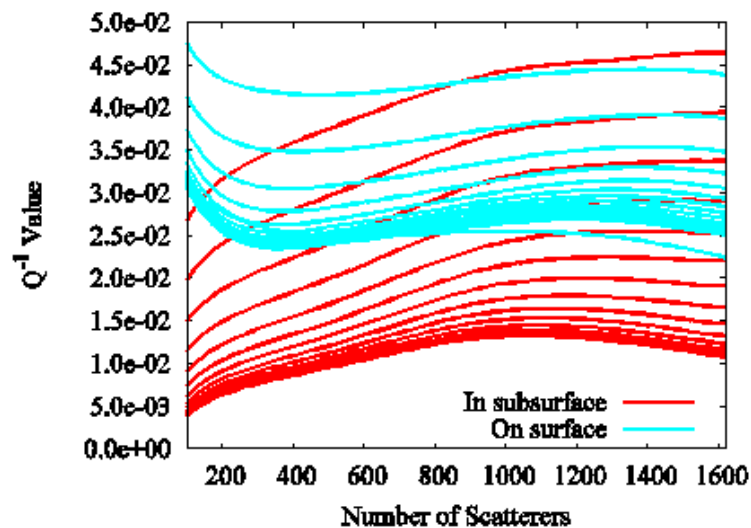


Figure 2-20 Change in Q_{tot}^{-1} against number of scatterers. The red line is the result when the source is in the subsurface, the blue on the surface.

Figure 2-20 は全減衰 Q^{-1} 値のクラック個数に対する変化である．青色，赤色の実線は

それぞれ震源が地表面にある時、地下にある時を示しており、同色の結果の中では、上部にある結果ほど大きな Q_{in}^{-1} を与えた時の結果を示している。この結果より震源が地下にある場合、内部減衰場が存在する状態であっても、全減衰 Q_{tot}^{-1} 値はクラックの個数変化に対して鋭敏に系統的な変化をしていることが分かる。尚、この全減衰 Q_{tot}^{-1} 値の変化は散乱減衰 Q_{sc}^{-1} 値の変化に起因している。

以上のことをまとめると、震源が地下に存在するとき、内部減衰場が存在する状態であっても、応力载荷に伴いクラック個数が変化したときの散乱強度の変化が全減衰 Q_{tot}^{-1} 値、散乱減衰 Q_{sc}^{-1} 値に変化をもたらすことが分かった。本研究で用いる Q_c^{-1} 値は、全減衰と散乱減衰に影響されるので、震源が地下にある場合、内部減衰が存在する状態においてもクラックの状態変化を検出可能であることが分かる。

2.5 結言

本章では Q_c 値の概説を行ったあとに、 Q_c 値を求める際コーダ時間窓の設定、内部減衰場での散乱減衰の評価の検討を行った。その結果、 Q_c 値を求める際に S 波走時の 1.5 倍から開始する時間窓を用いることで、安定した Q_c 値を取得できることが分かった。コーダ窓の終端として、数値計算においては、地震波振幅が十分に減衰にするまで、実データにおいては、S/N 比が 2 を下回る時間までとする。

内部減衰が存在する場においても、散乱減衰の変化は確認できることが示された。特に、地震波が下方から入射する場合、散乱減衰変化は明瞭に確認できることが分かった。この事実に基づいて、以降、内部減衰場においても散乱強度変化は Q_c 値を変化させると考える。

参考文献

1. Aki, K., 2004. A new view of earthquake and volcano precursors, *Earth Planets Space*, 56, 689-713.
2. Aki, K. & Chouet, B., 1975. Origin of Coda Waves: Source, Attenuation, and Scattering Effects, *J. Geophys. Res.*, 80, 3322-3342.
3. Drossaert, F. H. & Giannopoulos, A., 2007. Complex frequency shifted convolution PML for FDTD modelling of elastic waves, *Wave Motion*, 44, 593-604.
4. Fehler, M., Hoshiba, M., Sato, H. & Obara, K., 1992. Separation of scattering and intrinsic attenuation for the Kanto-Tokai region, Japan, using measurements of S-wave energy

- versus hypocentral distance, *Geophys. J. Int.*, 108, 787-800.
5. Got, J., Pouoinet, L. G. & Frechet, J., 1990. Changes in Source and Site Effects Compared to Coda Q-1 Temporal Variations Using Microearthquakes Doublets in California, *PAGEOPH.*, 134, 195-228.
 6. Graves, R. W., 1996. Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 86, 1091-1106.
 7. Haimson, B. & Fairhurst, C., 1970. In situ stress determination at great depth by means of hydraulic fracturing, *Symp. Rock. Mech.*, 11, 559-584.
 8. Hiramatsu, Y., Hayashi, N., Furumoto, N. & Katao, H., 2000. Temporal changes in coda Q-1 and b value due to the static stress changes with the 1995 Hyogo-ken Nanbu earthquake, *J. Geophys. Res.*, 105, 6141-6151.
 9. Hiramatsu, Y., Iwatsuki, K., Ueyama, S. & Iida, T., 2010. Spatial variation in shear wave splitting of the upper crust in the zone of inland high strain rate, *Earth Planets Space*, 62, 675-684.
 10. Jin, A. & Aki, K., 1988. Spatial and temporal correlation between coda Q and seismicity in China, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 741-769.
 11. Jin, A. & Aki, K., 2005. High-resolution maps of Coda Q in Japan and their interpretation by the brittle-ductile interaction hypothesis, *Earth Planets Space*, 57, 403-409.
 12. Jin, A., Aki, K., Liu, Z. & Keilis-Borok, V. I., 2004. Seismological evidence for the brittle-ductile interaction hypothesis on earthquake loading, *Earth Planets Space*, 56, 823-830.
 13. Jin, A., Mayeda, K., Adams, D. & Aki, K., 1994. Separation of intrinsic and scattering attenuation in southern California using TERRAScope data, *J. Geophys. Res.*, 99, 17835-17848.
 14. Kanamori, H., 1977. The energy release in great earthquakes, *J. Geophys. Res.*, 76, 2022-2034.
 15. Komatitsch, D. & Martin, R., 2007. An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for the seismic wave equation, *Geophysics*, 72, SM155-SM167.
 16. Kosuga, M., 1992. Dependence of coda Q on frequency and lapse time in the western Nagano region, central Japan, *J. Phys. Earth*, 40, 421-445.
 17. Kumar, N., Parvez, I. A. & Virk, H. S., 2005. Estimation of coda wave attenuation for NW Himalayan region using local earthquakes, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 151, 243-258.
 18. Matsumoto, S. & Hasegawa, A., 1989. Two-dimensional coda Q structure beneath Tohoku, NE Japan, *Geophys. J. Int.*, 99, 101-108.
 19. Okamoto, K., Mikada, H., Goto, T.-N. & Takekawa, J., 2013. Numerical analysis of the

- relationship between time-variant coda-Q and the variation in crustal stress, *Geophys. J. Int.*, 195, 575-581.
20. Paasschens, J. C. J., 1997. Solution of the time-dependent Boltzmann equation, *Phys. Rev. E*, 56, 1135-1141.
 21. Rautian, T. G. & Khalturin, V. I., 1987. The use of the coda for determination of the earthquake source spectrum, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 68, 923-948.
 22. Roecker, S. W., Tucker, B., King, J. & Hatzfield, D., 1982. Estimation of Q in central Asia as a function of frequency and depth using the coda of locally recorded, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 72, 129-149.
 23. Romanowicz, B. & Ruff, L. J., 2002. On moment-length scaling of large strike ip earthquakes and the strength of faults, *Geophys. Reett.*, 29, 45-1 - 45-4.
 24. Saenger, E. H., 2000. Modeling the propagation of elastic waves using a modified finite-difference grid, *Wave Motion*, 31, 77-92.
 25. Sato, H. & Fehler, C. M., 1998. Seismic wave propagation and scattering in the heterogeneous earth. New York: Springer-Verlag New York, Inc..
 26. 斉藤正憲., 1978. 漸化式デジタル・フィルターの自動設計, *物理探鉱*, 31, 112-263.
 27. Tselentis, G.-A., 1998. Intrinsic and scattering seismic attenuation in W. Greece, *PAGEOPH*, 153, 703-712.
 28. 宇津徳治., 2001. 地震学 第3版. 共立出版.
 29. Wu, R.-S., 1985. Multiple scattering and energy transfer of seismic waves-separation of scattering effect from intrinsic attenuation –I. Theoretical modeling, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 82, 57-80.
 30. Yomogida, K. & Benites, R., 1995. Relation between direct wave Q and coda Q: a numerical approach, *Geophys. J. Int.*, 123, 471-483.
 31. Zelt, B. C., Dotzev, N. T. & Ellis, R. M., 1999. Coda Q in southwestern British Columbia, Canada, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 89, 1083-1093.

第3章 Q_c 値に対する弾性変位の影響

3.1 緒言

第 1 章にて、過去の観測事例より「 Q_c 値は地震・地殻不均質変化を引き起こす地殻応力場変化と関係性を持つ」という仮説を立てた。具体的には、地殻応力場が変化した時に、地殻中に何らかの変化が生じ、その変化に伴い地殻中の減衰場が変化する。このことにより、地震波の減衰度合が変わり、 Q_c 値の変化として捉えられると考える。過去に、地殻応力場変化と連動する Q_c 値の変化や、応力場変化との関係性は指摘されたものの (Hiramatsu et al., 2010)、数値計算を用いて詳細な応力変化と Q_c 値の関係性を指摘した研究は存在していない。

本章では、応力が載荷された際に地下不均質の度合が変化し、その影響で Q_c 値が変化する様子を数値計算により検討する。応力が載荷された際にクラックを含む弾性体に生じる変化として、弾性変位に伴ってクラックが移動すること、媒質のインピーダンスが変化することを考える。この変化が Q_c 値にどのような影響をもたらすか、二次元有限差分法を用いて検討する。その結果、 Q_c 値が応力の大きさ変化、方向変化に対して系統的に変化することを示す。尚、 Q_c 値の推定には第 2 章で説明した方法を用いている。

3.2 応力載荷に伴う現象

3.2.1 クラックの弾性変位

弾性体に応力が載荷された際に、フックの法則に従って弾性体はひずむことが知られている。この際に、Figure 3-1 に示すように弾性体内に存在する散乱体、クラックや亀裂なども弾性体のひずみと共に位置を変化させると考える。また、弾性体がひずむことにより、その媒質の密度が変化することもあると考えられる。応力載荷によって生じる影響が、弾性変位とインピーダンス変化（密度変化）であると仮定し、その下で後述する二次元有限差分法を用いたシミュレーションモデル (Figure 3-2) により、 Q_c 値の応力に対する応答性を検討した。

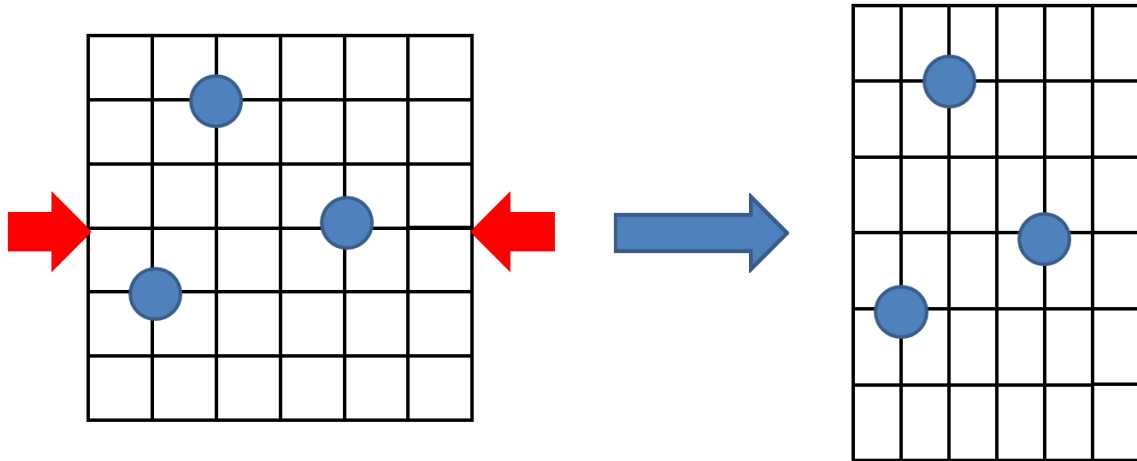


Figure 3-1 Cracks in the elastic medium slightly moves when the medium distorts.

3.3 弾性変位・インピーダンス変化が Q_c 値に与える影響の数値計算

3.3.1 基礎方程式

基礎方程式として波動方程式を構成する運動方程式 Equation 2-20, Equation 2-21, 応力ひずみ関係式 Equation 2-22, Equation 2-23, Equation 2-24を用いた. 上記の運動方程式, 応力-ひずみ関係式を差分法で解くために, 粒子速度および応力の計算の際に空間微分に対してテーラー展開を用いた4次精度の中心差分近似式 Equation 3-1を用いる (Levander, 1988). 時間微分に対しては2次精度の差分近似 Equation 3-2を用いる. ここで, 関数 $f(x)$ の一次微分を $f'(x)$ と表記する.

$$\Delta x \cdot f'(x) = -\frac{1}{24} \left\{ f\left(x + \frac{3\Delta x}{2}\right) - f\left(x - \frac{3\Delta x}{2}\right) \right\} + \frac{27}{24} \left\{ f\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) - f\left(x - \frac{\Delta x}{2}\right) \right\} \quad \text{Equation 3-1}$$

$$\Delta t \cdot f'(t) = f\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) - f\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) \quad \text{Equation 3-2}$$

以上により離散化を行い, 数値計算を行なった. なお, 自由境界面や形状を持ったクラックを配置しないので, グリッド配置として Standard Staggered Grid (A.1) を用いている. また, 二次元差分法の安定・収束のため, $0 < v\Delta t/\Delta x < 1/2^{1/2}$ なる CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) 条件を満たすように時間ステップ Δt および空間格子間隔 Δx を決定した.

3.3.2 境界条件・入射波

入射波として、Equation 2-25 で表されるリックカー波を用いた。中心周波数は 40Hz である。また、離散化された有限差分法では波動伝播をよく表現できるが、有限の領域での計算を行うために、領域の上下左右の端から反射波が戻ってくる。本研究では Cerjan (1985) の境界条件を導入し、領域の上下左右 40 グリッドずつを減衰領域として、振幅を計算領域から境界にむけて徐々に下げることでこの問題を解決した。領域の端の減衰領域を往復する波の振幅について考える。このとき減衰に用いる関数は x 方向のグリッド指標を i として、 $G = \exp[-0.015^2 \times (40-i)^2]$ で表される。また、 v_x について減衰領域を往復する間の振幅は $v_x \cdot G$ と表される。

3.3.3 シミュレーションモデル

二次元有限差分法を用いた波動伝播シミュレーションを用いて、地殻モデルに応力が載荷されクラックが弾性変位により移動した際の Q_c^{-1} 値の変化を得る。

Figure 3-2 はシミュレーションに用いたモデルである。シミュレーションには 1000×1000 グリッド（刻み幅 2.9m）の計算領域を用い、上下左右 40 グリッドを吸収境界とした。媒質定数は $V_p = 5800$ m/s, $V_s = 3200$ m/s, $\rho = 3300$ kg/m³ を与えた。時間の刻み幅 Δt は 2.5×10^{-4} 秒、ステップ数は 8192 回なので 2.048 秒のシミュレーション時間となる。ここで V_p は弾性波の P 波速度、 V_s は弾性波の S 波速度、 ρ は密度である。モデルの中心にリックカー波を発生させる震源を置き、震源から x 軸方向に受振器 Horizontal と z 軸方向に受振器 Vertical を置く。震源・受振器の間隔を a とした。

シミュレーションモデル (Figure 3-2) に媒質定数を変化させることで 5000 個のクラックをランダムな配置で与えた。クラックの大きさは 1×1 グリッドで表現している。これらの散乱体が入射波により二次震源となり散乱波を発生する。応力が載荷された際に、シミュレーションモデルの弾性変形に伴い、散乱体の位置が移動し、シミュレーションモデルの密度が変化すると考える。Figure 3-2 に示されるモデルに z 軸方向に沿う応力 σ_z を考える。応力を加えた時の弾性変形に関する基礎式として Equation 3-3, Equation 3-4 を用い、載荷した応力に伴う変位を推定した。ここで、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_z) \quad \text{Equation 3-3}$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu \sigma_x) \quad \text{Equation 3-4}$$

応力の載荷前後での Q_c^{-1} 値の変化をそれぞれの受振器で検討する。なお、応力は z 軸に沿

って载荷される.

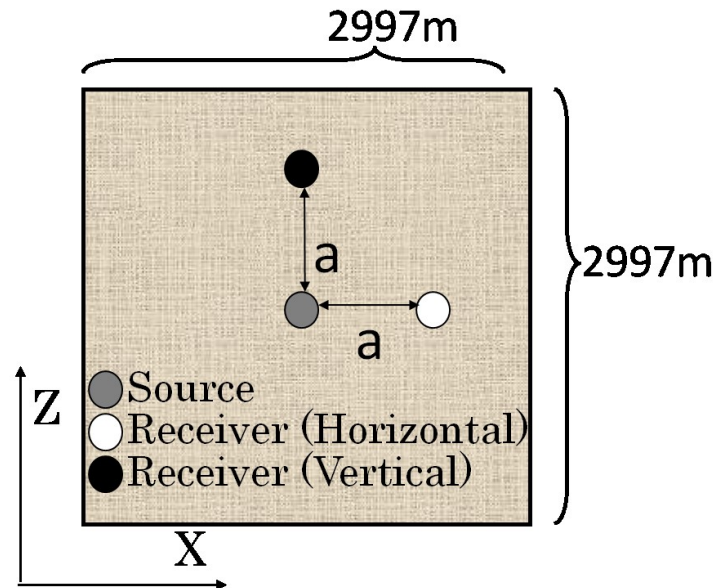


Figure 3-2 Simulation model.

3.4 クラックの弾性変位を考慮した時の解析結果

Figure 3-3は σ_z が増加した時に”Horizontal”受振器で得られた結果, Figure 3-4は”Vertical”受振器で得られた結果である. グラフ縦軸は初期の Q_c^{-1} 値の Q_0^{-1} と取得された Q_c^{-1} との比, 横軸は増加する応力 σ_z とそれと直交する方向の応力 σ_x (0.5MPaに固定) の比である.

これらの結果から, 応力増加に伴って Q_c^{-1} 値は単調増加または減少する傾向があることがわかる. 詳しく見ると, 応力増加方向にある受振器での記録から得られた Q_c^{-1} 値は単調に減少する傾向があり, 他方の受振器での記録の解析から得られた Q_c^{-1} 値は単調に増加する傾向がある. 言い換えると, 震源がモデル中心にあるので, 波の伝播方向と最大圧縮応力方向が一致する方向では, 応力の大きさが増加するに従って Q_c^{-1} 値は減少し, 波動伝播方向と最大圧縮応力が直交する方向では, 応力の大きさが増加するに従って Q_c^{-1} 値が増加することが分かった. 本数値実験で载荷した最大圧縮応力70MPaの時点において, 応力増加方向での受振器記録から得た Q_c^{-1} 値と, 他方の受振器記録から得た Q_c^{-1} 値の差は, 初期の Q_c^{-1} 値に対して約0.6%であることが分かった. また, z軸方向の圧縮応力が増加する場合, 応力増加方向に垂直な受振器での Q_c^{-1} 値は約0.4%増加し, 応力増加方向での受振器の Q_c^{-1} 値の低下は約0.2%であった.

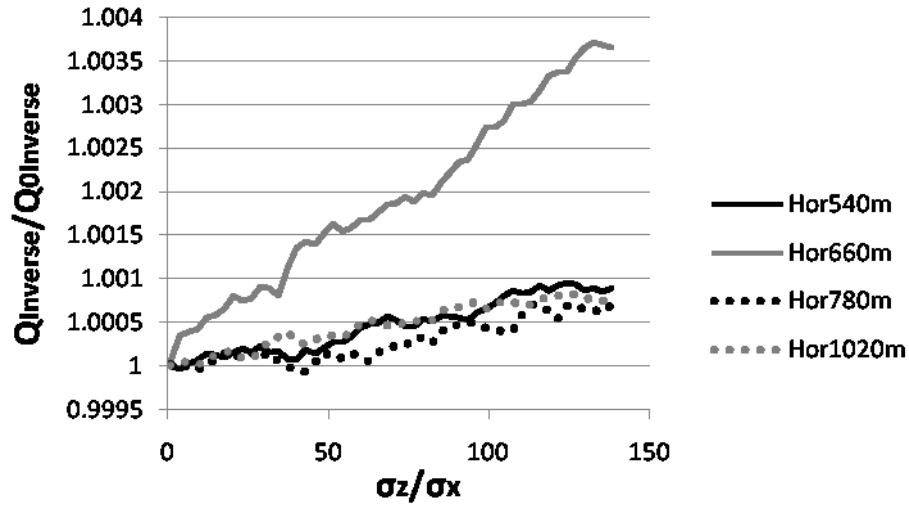


Figure 3-3 Variation in Q_c^{-1} at the “Horizontal” receiver against magnitude of stress. The results are obtained for different a (distance between the source and the receiver).

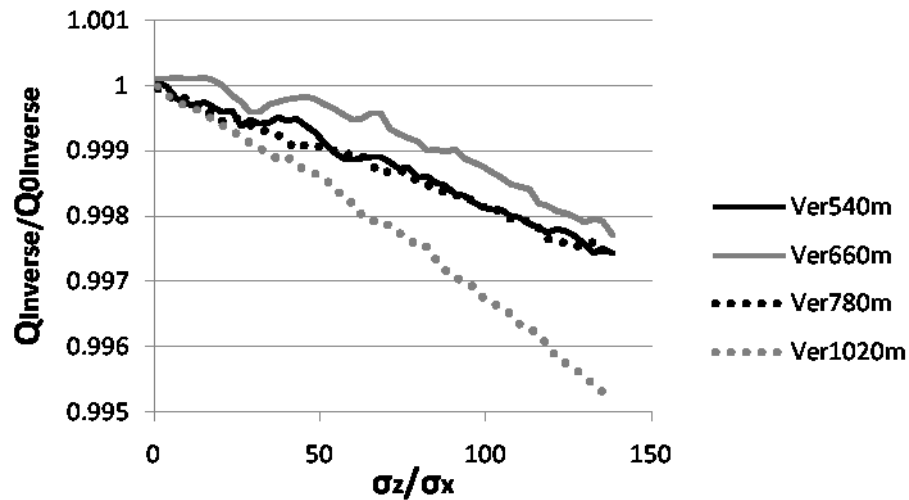


Figure 3-4 Variation in Q_c^{-1} at the “Vertical” receiver against magnitude of stress. The results are obtained for different a (distance between the source and the receiver).

前述の Q_c^{-1} 値の変化の要因について考えてみる．本研究では， Q_c^{-1} 値の変化，つまり減衰率の変化はシミュレーションモデルに応力が载荷され，散乱点が移動したことにより生じる散乱点間距離の変化・散乱点密度の変化に起因すると考える．言い換えるとこれらの変化により，震源から散乱点，そして受振器にいたる波動の伝播距離の変化が発生し，

幾何減衰量が変化するためである。Figure 3-5はシミュレーションモデル内に配置されている震源から散乱点、そして受振器に至る波の単反射の伝播距離が、 z 方向に沿う応力 σ_z を載荷した前後でどのように変化するかを、Equation 3-3, Equation 3-4に基づいて計算した結果を示した図である。上図は受振器が応力方向と垂直側にある場合、下図は受振器が応力方向と同じ側にある場合の伝播距離の変化である。ここで、震源・受振器間距離 $a = 540\text{m}$ 、 σ_z の大きさは 40.0MPa 、図中の数字は伝播距離の応力載荷前と後の変化の割合(%)である。例えば、上図に於いて、応力載荷前に等高線100 (%) 上に散乱点Aが配置されていた場合、震源から散乱点A、そして受振器へと伝わる波の伝播距離は応力載荷前後で変化しないことが分かる。

Figure 3-5 より応力載荷方向と垂直側にある受振器 (Figure 3-5 上段) で解析を行う場合、震源と受振器を結んだ直線の周辺に、散乱点があった場合、応力載荷前後で伝播距離が増加する範囲が広がっていることが分かる。一方、応力載荷方向と同じ側にある受振器で解析を行うとき、震源と受振器を結んだ直線の周辺に散乱点があった場合、応力載荷前後で伝播距離が減少する範囲が広がっていることが分かる。ここで、Figure 3-6は波の伝播距離が変化した場合に波形にどのような変化が生じるかを示している。Figure 3-6 ではモデル内に一つの散乱点を配置し、その位置を変えることで震源から散乱点を経由して受振器に至る波の伝播距離を変化させている。図中の左方に位置する3つの波のピークは振幅を二乗し、平方根を取った反射波であり、震源から散乱点を経由し受振器に至る伝播経路を持つ。図中の右方に位置する3つの波のピークは、波の伝播距離を前者から約 60%増やした際の反射波である。反射波の立ち上がりは約 0.07 秒遅れ、最大ピークの振幅は約 30%に減少している。この結果より、伝播距離が増加した際の影響として、反射波の到達時刻が遅延する、そして振幅が減少することがあることが分かる。以上のことを考慮して、Figure 3-3, Figure 3-4 の考察に戻る。載荷応力と垂直側にある受振器 (Figure 3-5 上段) では、波形記録への影響が強いと思われる震源・受振器を結ぶ直線周辺の散乱点を経由する反射波の伝播経路は、応力が載荷されると一様に長くなる。よって、波形記録の比較的早い時間において、散乱点からの反射波の振幅の大きさは減少し減衰が増加することが分かる。応力の増加に伴って伝播距離は更に長くなるので、それに伴い減衰が大きくなり Q_c^{-1} 値が増加すると考えられる。一方、載荷応力と同じ側にある受振器 (Figure 3-5 下段) では、震源・受振器を結ぶ直線周辺の散乱点を経由する反射波の伝播経路は、応力が載荷されると一様に短くなることが分かる。よって、波形記録の比較的早い時間に存在する散乱波の振幅の大きさは増加し減衰が小さくなることが分かる。このことにより、載荷応力の増加に伴い減衰が小さくなり Q_c^{-1} 値が減少すると考えられる。

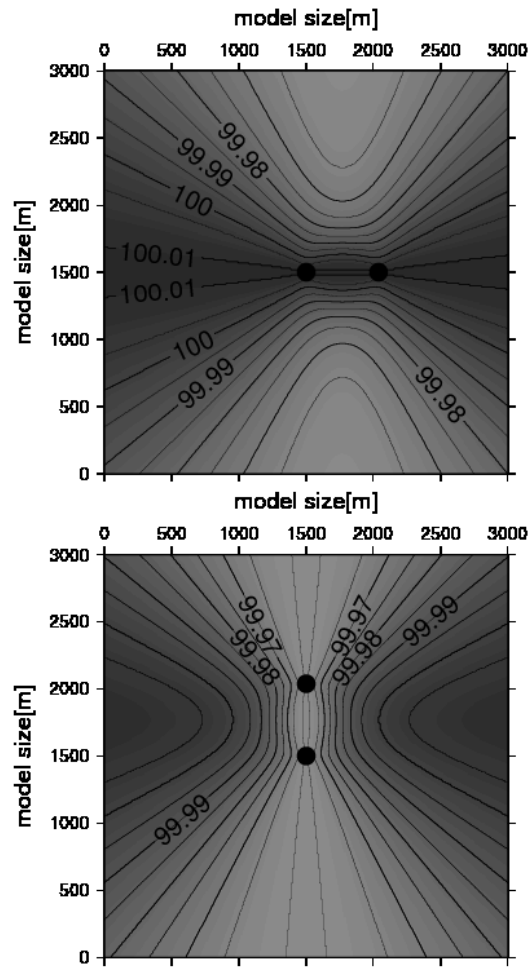


Figure 3-5 Change in length of wave path before and after the stress is loaded along z axis. The circle locating the center is the source position and the other is the receiver position.

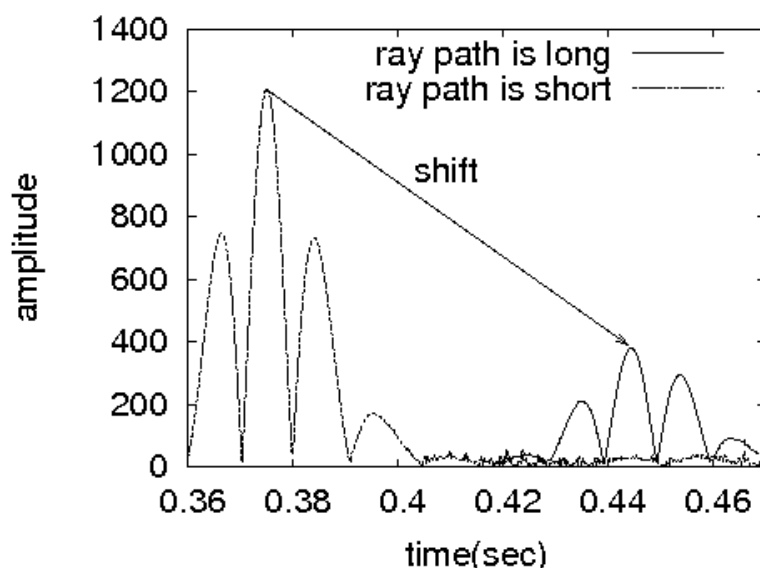


Figure 3-6 Change in waveform when the length of wave propagation path gets longer.

3.5 結言

本章では二次元有限差分法を用いて、応力が载荷された際のクラックの弾性変位、及び媒質のインピーダンス変化が Q_c 値に与える影響について議論した。その結果として、最大圧縮応力と入射波方向が一致する方向では応力増加に従って Q_c^{-1} 値が減少、それと直交する方向では Q_c^{-1} 値が増加することが分かった。その原因の一つは、クラックが移動することによる波の伝播経路長の変化であった。 Q_c^{-1} 値の変化の大きさは 70MPa の大きさの圧縮応力が载荷された際に、応力が载荷されてない状態の Q_c^{-1} 値に比べて 0.1% 台の変化をする。また、圧縮応力方向と入射波が一致する方向と、それに直交する方向では、70MPa 载荷時点で両者の Q_c^{-1} 値の違いはこちらも 0.1% 台であった。以上のように、応力変化に伴って Q_c^{-1} 値が変化することが分かったが、Hiramatsu et al. (2000) や Aki (2004) にて指摘された地震前後の 10 数%の Q_c^{-1} 値変化と比べると非常に小さい変化である。 Q_c^{-1} 値変化を支配する応力载荷に伴う弾性体の変化は、クラックの弾性変位・媒質のインピーダンス変化の他にあると考えられる。

参考文献

1. Aki, K., 2004. A new view of earthquake and volcano precursors, Earth Planets Space, 56,

689-713.

2. Cerjan, C., 1985. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave, *Geophysics*, 50, 705-708.
3. Hiramatsu, Y., Hayashi, N., Furumoto, N. & Katao, H., 2000. Temporal changes in coda Q-1 and b value due to the static stress changes with the 1995 Hyogo-ken Nanbu earthquake, *J. Geophys. Res.*, 105, 6141-6151.
4. Hiramatsu, Y., Iwatsuki, K., Ueyama, S. & Iida, T., 2010. Spatial variation in shear wave splitting of the upper crust in the zone of inland high strain rate, *Earth Planets Space*, 62, 675-684.
5. Levander, R., 1988. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms, *Geophysics*, 53, 1425-1436.

第4章 Q_c 値に対する速度異方性・クラック幾何学的異方性の影響

4.1 緒言

第3章において、応力が載荷された際にクラックの弾性変位・媒質のインピーダンス変化が生じ、その変化によって Q_c^{-1} 値が変化することが確認された。しかし、その Q_c^{-1} 値変化は実データで観測された変化量、例えば Tsukuda (1988) や Aki (2004) で指摘された様な 10% 台の Q_c^{-1} 値変化を説明できる大きさではなかった。本章では、 Q_c^{-1} 値変化に支配的影響を与える現象が他にあると考えて、その現象を特定することを考える。具体的には応力が載荷された際に、クラックの選択的生成・閉鎖により弾性波速度場が変化し、更に異方性を示すこと、またクラックが生成・閉鎖したことに伴う散乱パターンの変化を考慮する。

弾性波速度場変化・異方性が Q_c^{-1} 値に与える影響を見るために、二次元有限差分法を用いて計算を行った。また、クラックの生成・閉鎖に伴う散乱パターンの変化が Q_c^{-1} 値に与える影響を検討するために、二次元境界積分方程式法を用いて検討を行う。その結果、弾性波速度場変化・異方性が Q_c^{-1} 値に支配的な影響を与えること、クラックの生成・閉鎖に伴う散乱パターンの変化も Q_c^{-1} 値に準支配的な影響を与えることが分かった。これらの影響を考慮すると、応力が変化した際に Q_c^{-1} 値が 10% 台で変化することが分かり、実データで観測された Q_c^{-1} 値変化も説明することができる。

4.2 応力載荷に伴う現象

4.2.1 クラックの生成・閉鎖

第3章では、応力が載荷された際に弾性体のひずみによる散乱体の移動、インピーダンス変化のみを考えた。しかし、実際には弾性変位の移動だけではなく、Figure 4-1, Figure 4-2 に示されるように、散乱体、クラックなどが応力載荷により生成・閉鎖している。クラックが閉鎖、または新たに生成することにより弾性波速度が変化したり (Nur, 1971; Gurevich et al., 2011)、クラックが主応力方向に偏向配置したりする (例えば、Tadokoro et al., 1999) ことも知られている。このことにより、弾性波速度に変化が生じ、異方性を示すことや (Nur, 1971; Sayers, 1988)、クラック・散乱体の配置が変化することにより地震波の散乱パターンが変化することが考えられる。

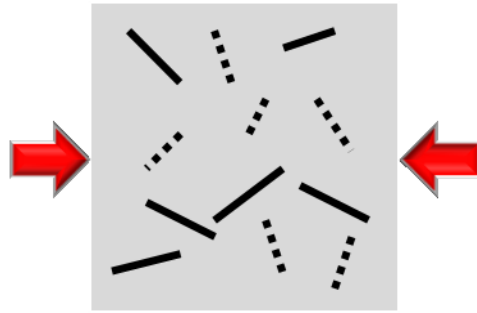


Figure 4-1 Compressive stress closes cracks in the model (dashed line)

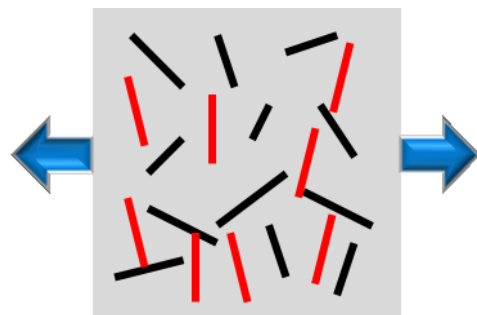


Figure 4-2 Tensile stress newly opens cracks (red line in the lower model).

4.2.2 弾性波速度の変化

Figure 4-3 はある弾性体に対して、 x 軸に $5 - 55\text{MPa}$ の圧縮応力、 z 軸に同じ大きさの引張応力が載荷された時の x 軸、 z 軸それぞれに沿う S 波速度の変化を示したものである。最大主応力に平行な z 軸に沿う弾性波速度は、応力の大きさが大きくなるにつれて増加していることが分かる。これは、応力載荷により、クラックの方向が z 軸に沿う方向に偏向配置するためである。一方、最大主応力に直行する x 軸方向では弾性波速度が応力の載荷に伴い減少していることが分かる。これは、弾性波の進行方向に対して、クラックが直角に交わる形となっているためである。

後述する二次元有限差分モデル Figure 4-4 を用いて、この弾性波速度変化及び異方性が Q_c 値に与える影響を検討する。

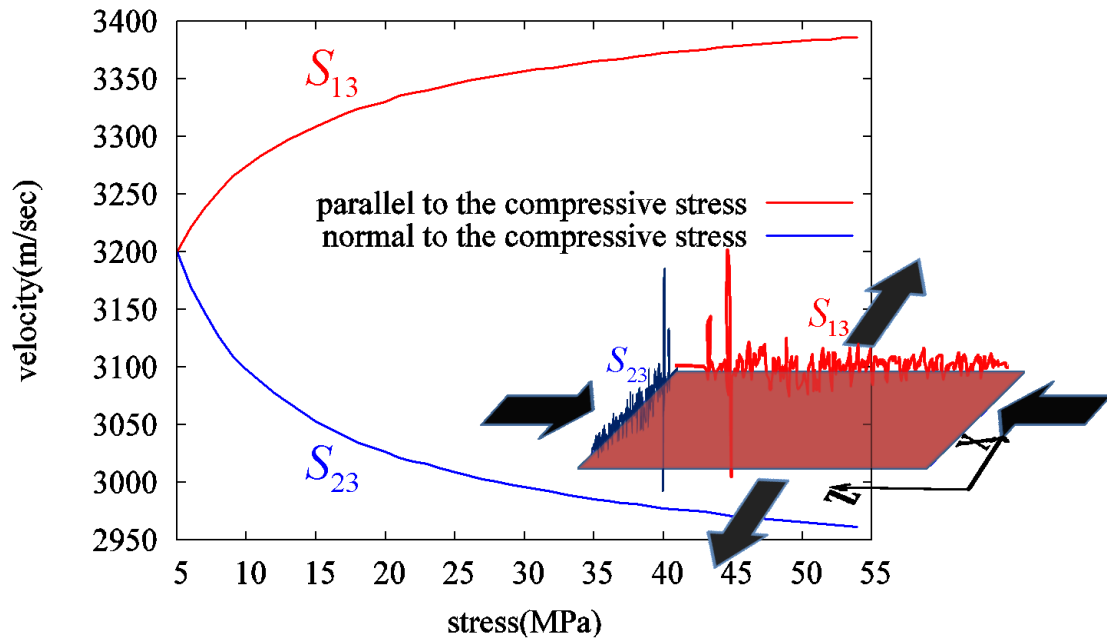


Figure 4-3 Change in elastic wave velocity along x and z axes against magnitude of stress.

4.2.3 クラックの偏向配置による幾何学的変化

弾性体内部に生じていた散乱体、クラックなどが閉鎖、または新たに生じることにより、地震波の散乱パターンが変化することが考えられる。新たなクラックが生じることにより、新たな散乱波の位相が出現し、エネルギーの再配分も生じることとなる。また、クラック方向が応力により偏向配置することにより、その結果生じる散乱波のエネルギー再配分のされ方、放射パターンなどに変化が生じることとも考える。これらの影響を考慮するために、個々のクラックの形状を詳細に表現し計算できる手法を用いる必要がある。本研究ではクラック境界上に仮想グリーン関数を配置することにより、クラック形状を詳細に表現することのできる二次元境界積分方程式法を用い、上記の影響が Q_c 値に与える影響を検討した。

4.3 弾性波速度場異方性が Q_c 値に与える影響の数値計算

4.3.1 基礎方程式

基礎方程式は二次元 P-SV 波を用いる。詳細については 3.3.1 で述べたものと同じである。

4.3.2 シミュレーションモデル

応力が載荷された際に発生する弾性波速度異方性が Q_c^{-1} 値に及ぼす影響を計算するためにFigure 4-4に示されるモデルを用いた。クラックの大きさは 1×1 グリッドで表現しているが、便宜的にアスペクト比 α 、クラック配置角 ϕ を与えている。アスペクト比分布はEquation 4-1で示すように一次関数で近似している。本研究では、Sato & Fehler (1998) を参考にして、アスペクト比を 1.0×10^{-6} から 5.0×10^{-4} の範囲で分布させている。

$$\begin{aligned} N(\alpha) &= N_0 \left(1 - \alpha / \alpha_m \right) & \text{for } \alpha \leq \alpha_m \\ N(\alpha) &= 0 & \text{for } \alpha > \alpha_m \end{aligned} \quad \text{Equation 4-1}$$

ここで、 N はクラック個数、 N_0 、 α_m はそれぞれ定数である。また、等方散乱を考慮しており、クラック形状の相違による散乱波放射パターンの違いは考慮していない。全クラック個数は5000個である。Figure 3-2に示したシミュレーションモデルと媒質定数、クラックの条件は同じものを用い、受振器を複数配置しリッカー波形状の平面波を任意の角度から入射させることのできるモデルを用いた (Figure 4-4参照)。境界には3.3.2と同様に40グリッドの吸収境界を用いている。

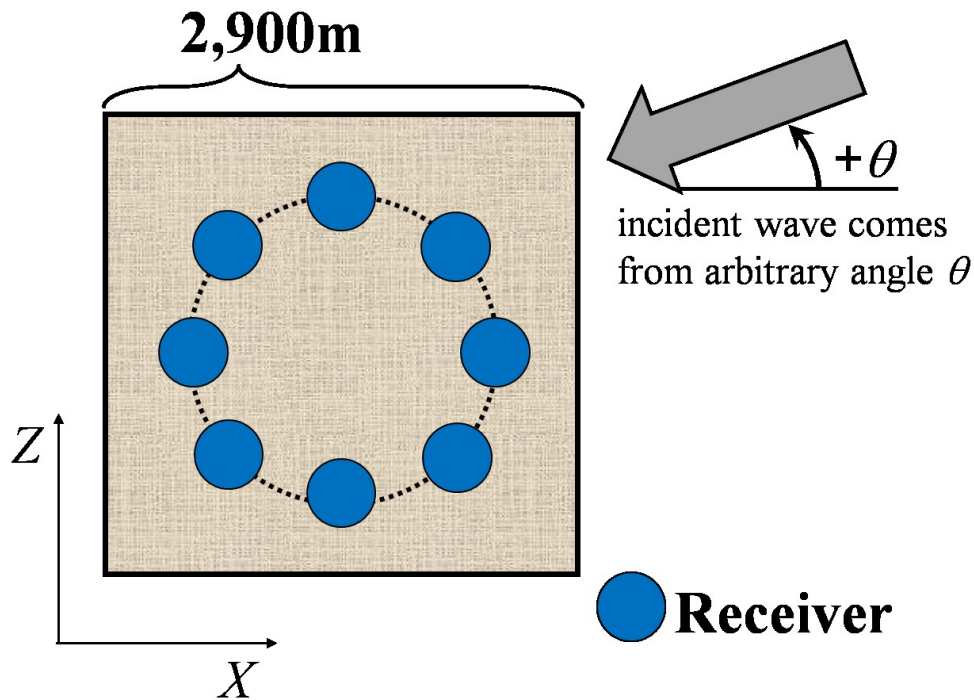


Figure 4-4 Simulation model.

Figure 4-4 に示すモデルに x 軸、 z 軸に沿って 5.0MPa から 50MPa の圧縮応力、引張応力、またはせん断応力（圧縮応力とそれに直交する方向に同じ大きさの引張応力）を載

荷する． 载荷の方法のイメージ図を Figure 4-5 にまとめた．

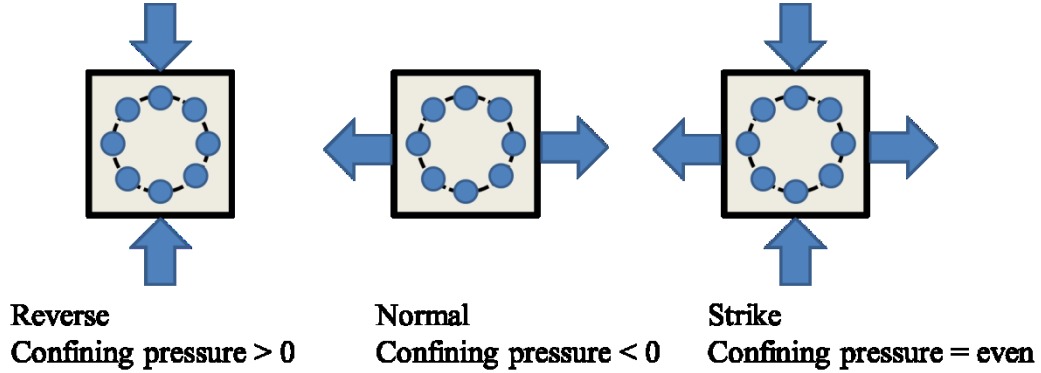


Figure 4-5 Compressive, tensile or pure shear stress is loaded to the model. Confining pressure is the average of the principal stresses.

この応力により，圧縮応力の場合，

$$\alpha \leq \sigma_n / E_0 \quad \text{Equation 4-2}$$

を満たすクラックは閉塞し，引張応力の場合，

$$\alpha > \sigma_n / E_0 \quad \text{Equation 4-3}$$

を満たすクラックが生成すると考える．このときEquation 4-2によって閉鎖するクラックの数は決定するが，Equation 4-3では生成するクラックの数は決定しない．そこで，生成するクラックの数は閉塞するクラックの数と等しいと仮定する．ここで， α はクラックのアスペクト比， σ_n はクラックに働く垂直応力， E_0 はヤング率である．このように，応力に伴って選択的にクラックの生成・閉鎖が起こることによって速度異方性が発生する(Nur, 1971). これは，コンプライアンス S がアスペクト比ごとのクラックの個数 $N(\alpha)$ により決定することによる．例えば，クラック個数 $N(\alpha)$ の時のコンプライアンス S_{ijj} は

$$S_{ijj} = \frac{1}{E_0} \left[1 + m \int_0^1 N(\alpha) \cdot I_{ij} d\alpha \right] \quad \text{Equation 4-4}$$

で与えられる．ここで， m , I_{ij} ともにアスペクト比 α に関わる関数である．応力が载荷され，Equation 4-4に従って弾性波速度場が変化したときの，モデル内の受振器から得られた Q_c^{-1} 値の平均の変化を検討する．

4.4 幾何学的異方性が Q_c 値に与える影響の数値計算

クラック境界上に仮想グリーン関数を配置することにより，クラック形状を詳細に表現することのできる二次元境界積分方程式法を用い，応力载荷された場合のクラックの

生成・閉鎖，偏向配置の出現に伴う地震波散乱パターン変化が Q_c^{-1} 値に与える影響を検討した。

4.4.1 基礎方程式

基礎方程式として，全無限・周波数領域での二次元 SH 波の支配方程式 Equation B-を用いる。4.3 では応力が載荷された際の弾性波速度場の変化が Q_c^{-1} 値に与える影響を検討するが，ここでは応力が載荷された際のクラックの幾何学的変化が Q_c^{-1} 値に与える影響を確認する。そこで，クラック境界面で新たな P と SV 波への変換が生じない SH 波を用いることにより，地震波がクラックで反射する現象をより単純に見ることとする。本シミュレーションで考えているレイリー散乱領域のような，不均質に対して長い波長を用いる場合，PS 変換波，及び SP 変換波が非常に小さくなる (Sato & Fehler, 1998) ので，SH 波のみを取り扱うことで十分である。

4.4.2 シミュレーションモデル

速度異方性の発生を考慮した有限差分法モデル Figure 4-4 とクラックの生成・閉鎖及び偏向配列の発生による幾何学的異方性を考慮した境界積分モデルの間には相違点がある。有限差分法を用いて行った検討，即ち，応力載荷された際のクラックの弾性変位，及び媒質のインピーダンス変化の影響（第3章），弾性波速度場変化の影響（4.3）においては，クラックは点状で扱われた。これは，クラック位置に関わる情報，またはクラックの開閉に伴う間接的な影響である密度変化，弾性波速度変化のみを扱っていたので，点状クラックを用いた数値計算で十分であったからである。しかし，クラックの開閉，配置角の変化に伴う散乱パターンの変化といった，クラック形状の違いが顕著にでる影響を扱うためには点状ではなく，固有の形を持ったクラックを用いた数値計算が必要となる。

Figure 4-6 に境界積分方程式法で用いたモデルを示す。3000 m×3000 m の領域内に 300 個のクラックを配置する。クラックアスペクト比 α は $2.5 \times 10^{-6} \sim 1.0 \times 10^{-3}$ の分布を持ち Equation 4-1 に従う。クラック長軸半径 r は 5 ~ 10 (m)，クラック仰角は任意の角度を持っている。有限差分法ではアスペクト比や長軸半径，仰角は，点状のクラックがパラメータとして持っていただけであったが，境界積分方程式法では実際に形状を有する。

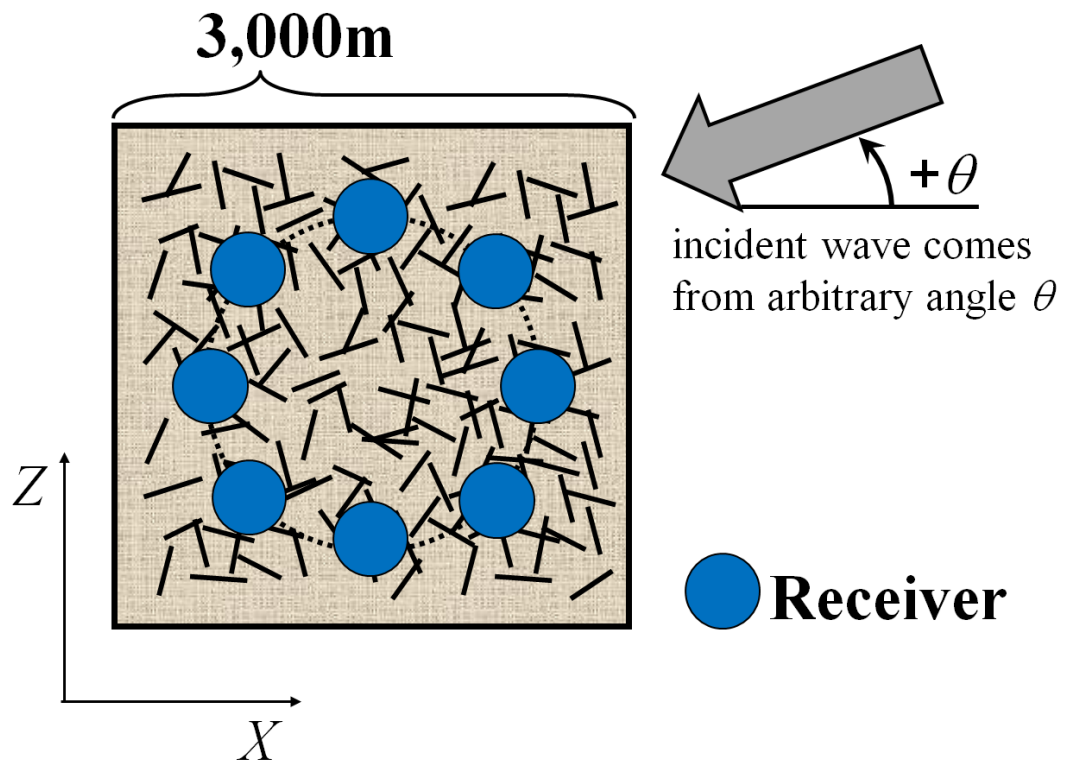


Figure 4-6 Simulation model.

媒質定数は $V_s = 3500 \text{ m/s}$, $\rho = 2300 \text{ kg/m}^3$ を与えている。このモデルに平面波を任意の角度で入射させる。その際に、モデルに 0MPa から 50MPa の大きさの応力を載荷する。載荷する応力は、それぞれ圧縮応力、引張応力、せん断応力である。また、載荷応力の方向は x 軸、または z 軸に沿う方向とする。このとき、Equation 4-2を満たすクラックは閉塞し、Equation 4-3を満たすクラックは生成する。載荷応力のメカニズム、方向に従ったクラックの挙動の模式図をFigure 4-7に示した。

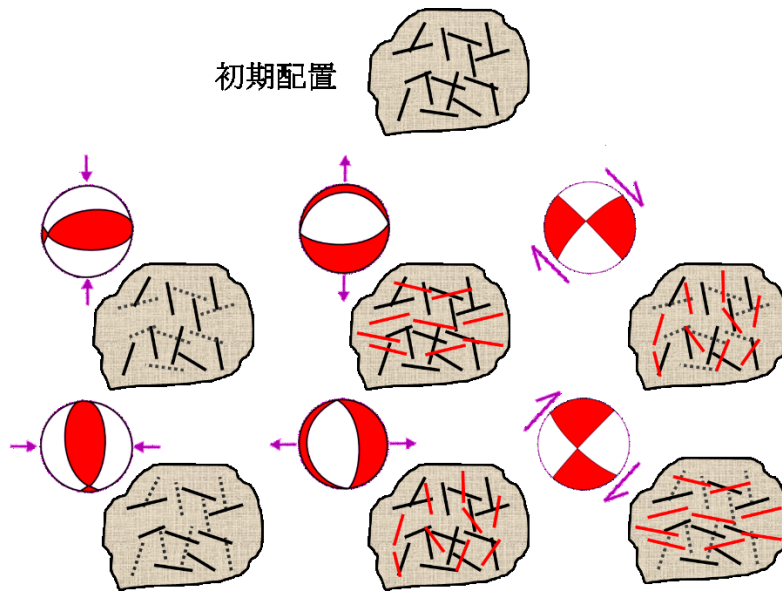


Figure 4-7 Due to the loaded stress, cracks close and newly open (dashed and red line). The cracks tends to have same orientation angel as larger stress is loaded.

応力が載荷されることにより，クラックの仰角が偏向配置して媒質が異方性を示すことは過去に報告されており (Tadokoro et al., 1999)，クラックの方向を正確に表現できる境界積分方程式法により，その現象を詳細に表現できると考える．また，有限差分法による計算手法の時とは異なり境界積分方程式法ではクラックアスペクト比 α ，クラック長軸半径 r などを実際の形として表現できるので，幾何学的なクラック特性をより現実に近い形で表現できていると考えることができる．

4.5 弾性波速度異方性を考慮した時の解析結果

有限差分法を用いて数値計算を行い，速度異方性を考慮した場合の Q_c^{-1} 値の地殻応力に対する変化を計算した結果を示す．応力メカニズムは，圧縮応力，引張応力，大きさが等しく直交して載荷される圧縮・引張応力の三種類を仮定した．応力載荷前後での Q_c^{-1} 値の取得，比較を行った．Figure 4-8に示すのが，各応力メカニズム（圧縮応力，引張応力，せん断応力）を載荷した際に空間的に平均をとった Q_c^{-1} 値の挙動である．尚， Q_c^{-1} 値の平均を取る際に，モデル内に分布している各受振器ごとの Q_c^{-1} 値の平均を取るほかに，入射波方向を 0° ， 90° ， 180° ， 270° と変化させ Q_c^{-1} 値の平均をとっている．つまり，受振器がモデル内に8箇所あり，入射波が4通りの角度から入射するので， $8 \times 4 = 32$ 通りの Q_c^{-1} 値を平均していることになる．

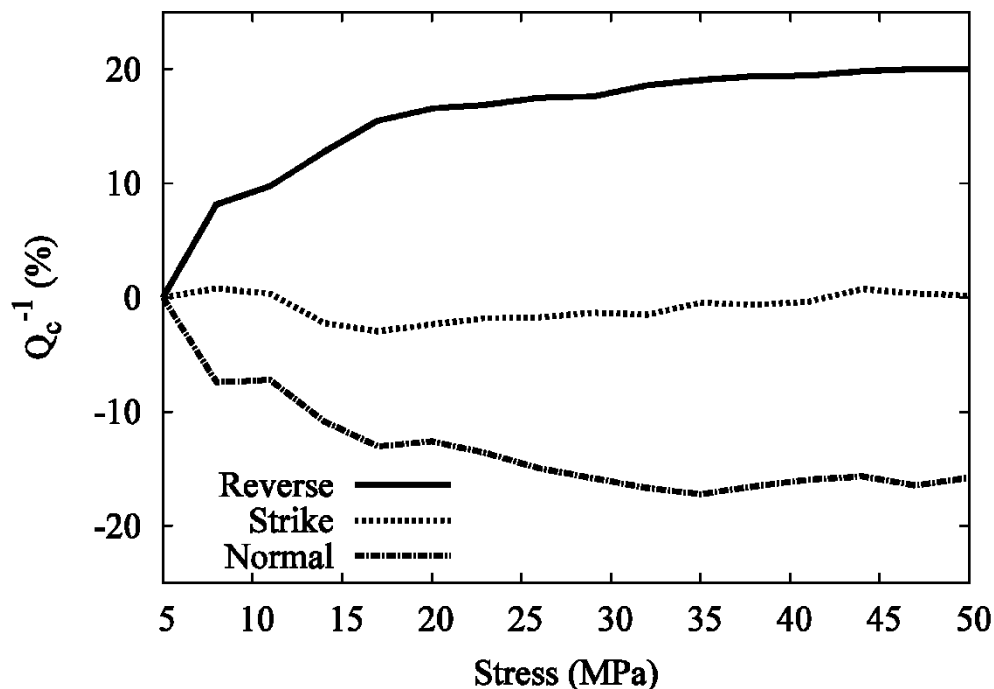


Figure 4-8 Change in Q_c^{-1} against magnitude of stress. The results are obtained for three different loading patterns.

この結果より、同じ大きさの圧縮応力と引張応力を直交させて载荷したせん断応力の状態では、空間的な平均を取ると Q_c^{-1} 値の応力の大きさに対する変化が生じなくなることが分かる。これは、Figure 4-3からも分かるように、 x 軸に沿った弾性波速度が引張応力により減少し、 z 軸に沿った弾性波速度が圧縮応力により上昇しているため、全体的な変化としては弾性波速度の変化は生じておらず、平均の Q_c^{-1} 値が応力の大きさに対して変化しないためだと考えられる。一方、圧縮応力のみ、または引張応力のみを载荷した場合、平均の Q_c^{-1} 値は応力の大きさに対して増加、または減少するといった一定の傾向を見せることが分かった。これは、圧縮応力または引張応力のみを载荷した場合、 x 軸、 z 軸に沿う弾性波速度のうち何れか一方のみに変化が生じるので、空間的に平均をとった場合に前述のせん断応力を载荷した場合と異なり、 Q_c^{-1} 値の変化が相殺されないためである。

Figure 4-9に入射波方向を 0° から 360° まで回転させた時の Q_c^{-1} 値を示す。この際、 Q_c^{-1} 値は入射波角度ごとにモデル内の受振器に対して平均されている。この時、 z 軸方向の圧縮応力载荷 (50MPa) で固定されている。 0° , 180° 付近、つまり圧縮応力と入射波が垂直になる方向では Q_c^{-1} 値が小さくなり、 90° , 270° 付近、つまり圧縮応力と入射波が並行な方向に近づくに連れて、 Q_c^{-1} 値が大きくなることが分かる。

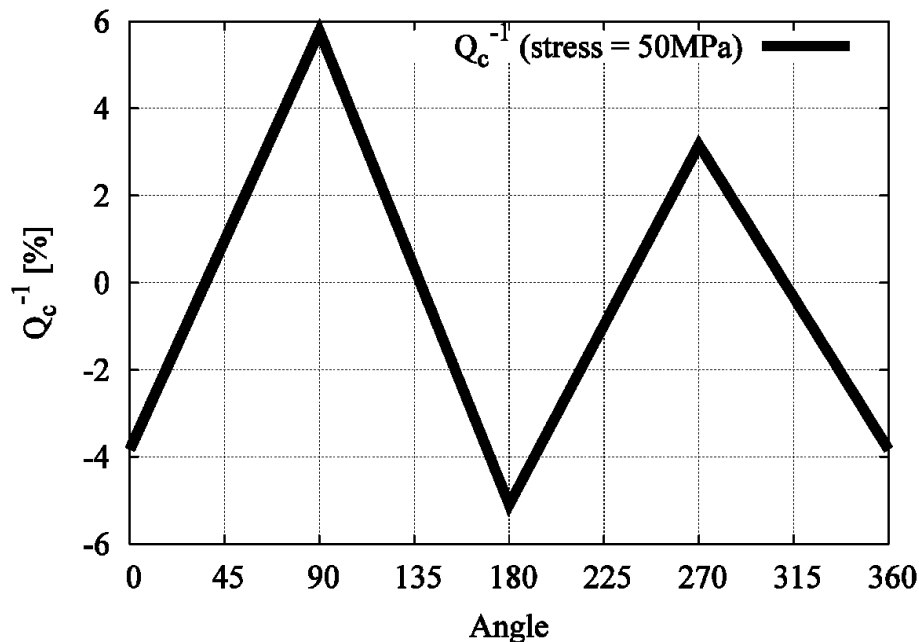


Figure 4-9 Change in Q_c^{-1} against angle between the stress and the incident wave. Compressive stress along z axis is loaded.

以上の Q_c^{-1} 値の挙動は弾性波速度場の変化に起因すると考えられる。弾性波速度が速くなることで減衰もより短い時間スケールで生じることとなり、結果として減衰率の増加、 Q_c^{-1} 値の増加につながる (Figure 4-10)。10MPaの応力が载荷された時点で、Figure 4-8より Q_c^{-1} 値は約10%増減していることが分かる。これは、クラックの弾性移動、弾性体のインピーダンス変化のみを考慮したとき、70MPaの応力が载荷された時点で0.4%ほど (Figure 3-3, Figure 3-4参照) だったことを考えると、弾性波速度場の変化、異方性が Q_c^{-1} 値に与える影響はより支配的なことが分かる。また、応力方向に対する Q_c^{-1} 値の応答 (Figure 4-9) を考える時に応力の大きさを50MPaに設定したが、応力の大きさがより小さいときは弾性波速度の異方性も小さくなるので (Figure 4-3参照)、応力方向に対する Q_c^{-1} 値の変化もより小さくなると考えられる。

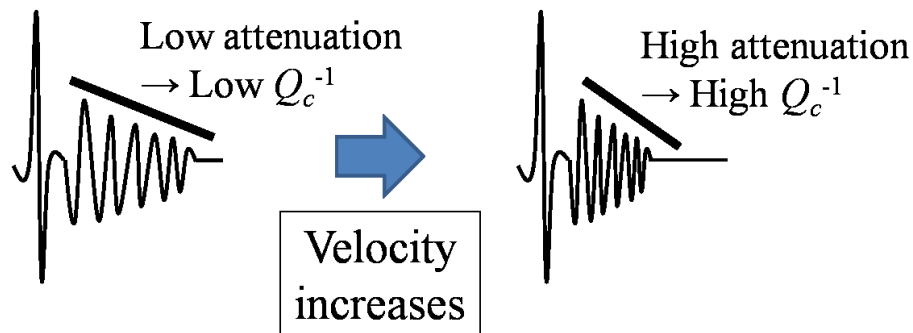


Figure 4-10 Coda wave attenuates much rapidly against time when the elastic velocity is

faster.

4.6 クラックの幾何学的異方性を考慮した時の解析結果

境界積分方程式法を用いることによって、Figure B-に示した様にクラックのアスペクト比 α 、長軸半径 r 、仰角 ϕ を実際の形として表すことができる。また、有限差分法と異なり、クラックをグリッド位置に拘束されず配置することができるので、クラック配置の自由度も高い。これらのことにより、クラックを 1×1 グリッドで表現し等方散乱を仮定していた有限差分法と比べ、クラックの幾何的形状の変化、位置の変化による反射波の違いをより正確に表現できる。

Figure 4-11は圧縮応力、引張応力、せん断応力（大きさが等しく、それぞれ直交する圧縮応力と引張応力）をそれぞれ0MPa から50MPaの範囲で载荷した時のモデル内での平均 Q_c^{-1} 値の挙動のグラフである。4.5と同じく、モデル内の各受振器での Q_c^{-1} 値と、平面波の入射角度が 0° 、 90° 、 180° 、 270° と変化した時の Q_c^{-1} 値の値を平均している。圧縮応力が载荷された際は平均 Q_c^{-1} 値が応力の増加に従って増加し、引張応力が载荷された際は平均 Q_c^{-1} 値が減少していることが見て取れる。せん断応力が载荷された時は増加している傾向は見えてとれるが、漸増傾向ではなく応力の増加に従って増加している傾向は見えない。これらの Q_c^{-1} 値変化の傾向はクラック個数密度の変化によって生じると考えられる。クラックの個数が増加するに従って平均 Q_c^{-1} 値が減少し、クラックの個数が減少するに従って平均 Q_c^{-1} 値が増加するのである。このことは、波の反射を考えると理解することができる。つまり、引張応力が载荷され、クラック個数が増加すると入射波のエネルギーが反射される頻度が高くなる。そのため、コーダ波にエネルギーが再配分されやすくなり、コーダ波が減衰しにくくなる。故に Q_c^{-1} 値が増加しにくくなる。一方、圧縮応力の载荷などによりクラックの個数が少なくなると、クラック数が少なくなり、入射波のエネルギーがコーダ波へ移動しにくくなる。コーダ波が励起されづらくなり減衰しやすいので Q_c^{-1} 値も大きくなるのである（以上、Figure 4-12参照）。

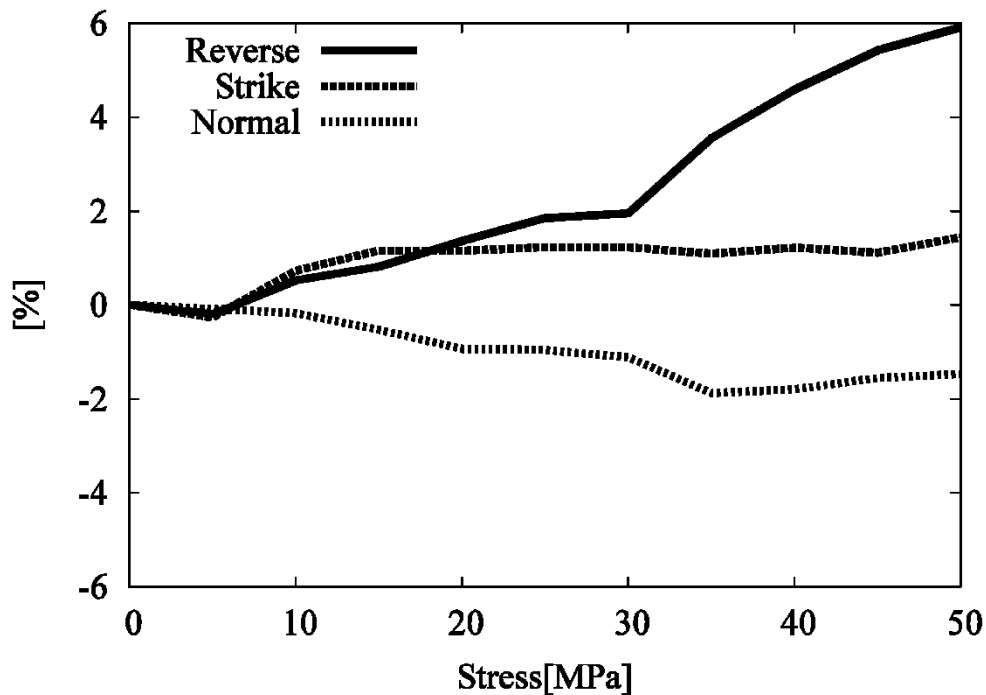


Figure 4-11 Change in Q_c^{-1} against magnitude of stress. The results are obtained for three different loading patterns.

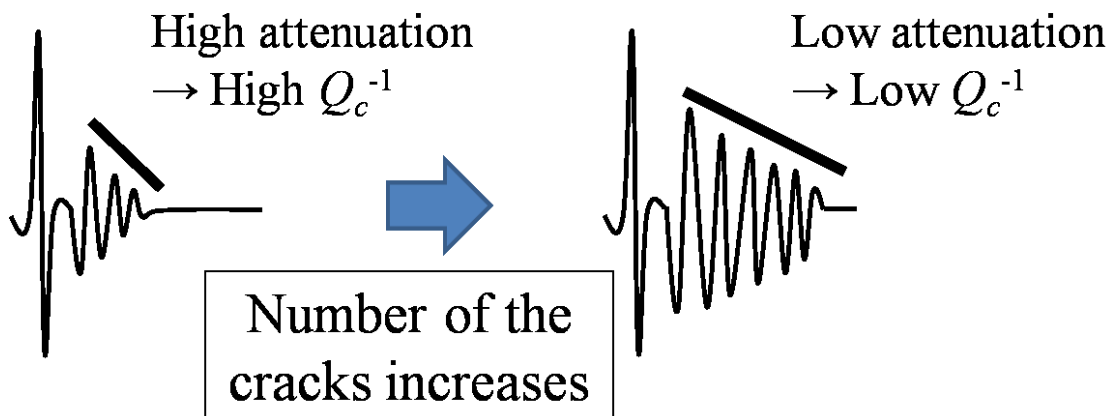


Figure 4-12 Coda wave dose not attenuate so much when number density of the cracks increases because energy in the incident wave transfers to the coda wave efficiently by the frequent scattering.

次に、応力方向が変化した場合に、受振器で得た Q_c^{-1} 値がどのような挙動をするかを示す。Figure 4-13はモデル中のクラックが全て z 軸方向に配列した状態で（クラック個々の位置はランダム配置）、入射波の進入角度を 0° から 360° まで変化させた時の Q_c^{-1} 値の挙動である。Figure 4-7から分かるように、応力の載荷方向に従って、偏向配置され

るクラックの向きが決まる．クラックが z 軸方向に配列するのは，最大圧縮応力の方向が z 軸に沿う時である．Figure 4-13より，入射波方向がクラック法線の向きと一致した場合，つまり入射波方向と最大圧縮応力方向が直交した時に Q_c^{-1} 値が小さくなることが分かる．これは，入射波がクラックに垂直に入射することで反射波が反射されやすくなり，入射波エネルギーがコーダ波に分配され，コーダ波の減衰が小さくなるためと考えられる．この傾向は応力载荷された際に，クラックの数密度変化とともに Q_c^{-1} 値が変化したときの議論と調和的である．つまり，入射波のエネルギーがより効率的にコーダ波に再配分されれば（コーダ波がより励起されれば）， Q_c^{-1} 値が小さくなり，再配分量が少なければ Q_c^{-1} 値が大きくなる（以上，Figure 4-14参照）．

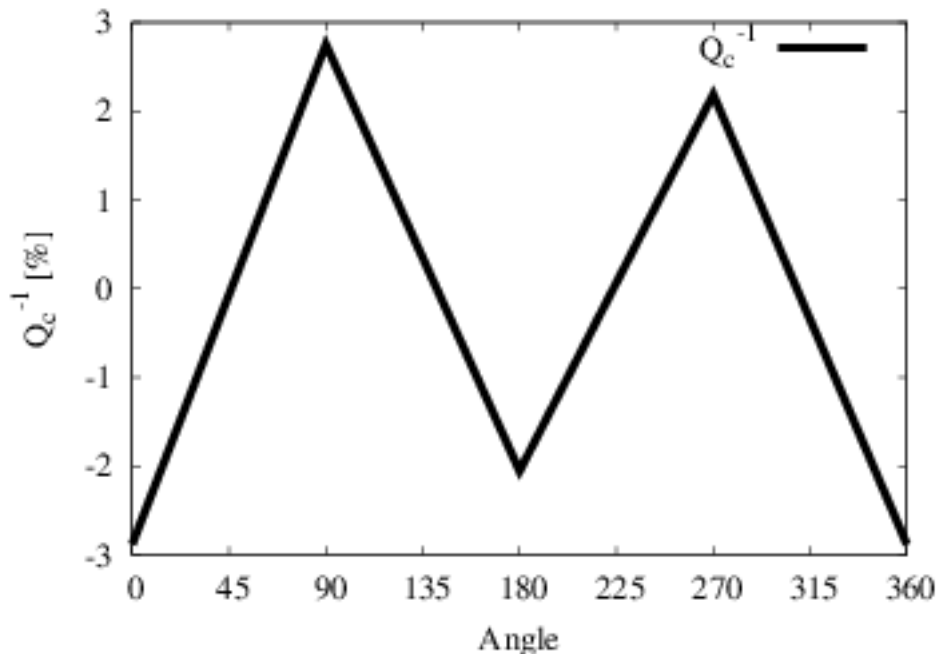


Figure 4-13 Change in Q_c^{-1} against angle between the stress and the incident wave. All cracks face to z axis, it means compressive stress along z axis is loaded.

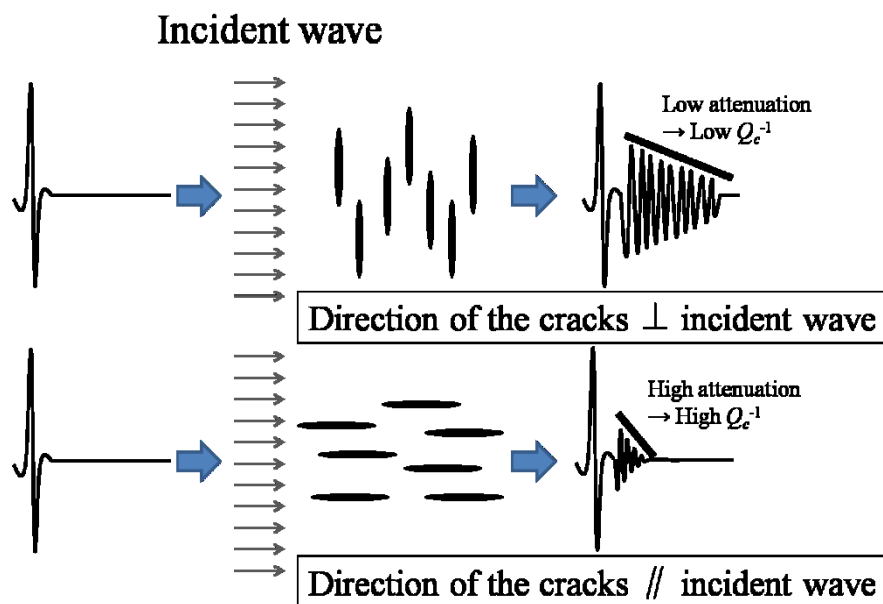


Figure 4-14 Coda wave dose not attenuate so much when the cracks are perpendicular to the incident wave because energy in the incident wave transfers to the coda wave efficiently. On the other side coda wave attenuates when the cracks are parallel to the incident wave.

4.7 弾性変位，弾性波速度異方性，幾何学的異方性の統合的解釈

第3章で論じた，(1) クラックの弾性移動及びインピーダンス変化を考慮したときの Q_c^{-1} 値変化，4.3で論じた(2) 弾性波速度場変化，異方性を考慮した時の Q_c^{-1} 値の応力の大きさに対する変化，4.4で論じた(3) 幾何的異方性を考慮した時の Q_c^{-1} 値の応力の大きさに対する応答を統合して解釈をする．まず，応力の大きさに対する Q_c^{-1} 値の挙動である．クラックの弾性移動及びインピーダンス変化を考慮した際の応力の大きさに対する Q_c^{-1} 値変化は70MPa载荷の時点で，1%に満たない Q_c^{-1} 値変化と非常に小さいため，他の二つの影響に対して十分無視しうるとして今後の議論を進めることとする．

速度異方性を考慮した場合の結果がFigure 4-8であり，幾何的異方性を考慮した場合の結果がFigure 4-11である．これらの結果より，50MPaの応力が载荷された場合，弾性速度場変化・異方性を考慮したときは Q_c^{-1} 値が最大10%程度変化しており，幾何的異方性を考慮した場合は最大6%程の変化が生じていることが分かる．このことより，弾性速度場の変化が Q_c^{-1} 値に与える影響が支配的であることが分かる．また，Figure 4-8，Figure 4-11の両者において，圧縮応力では Q_c^{-1} 値が増加し，せん断応力（大きさの等し

い、圧縮応力と引張応力を直交方向にそれぞれ载荷) では Q_c^{-1} 値に変化がなく、引張応力では Q_c^{-1} 値が減少するという傾向が一致することが分かる。この傾向を言い換えると、 Q_c^{-1} 値はEquation 4-5で表される平均法線応力 s と関係を持つということが言える。

$$s = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \quad \text{Equation 4-5}$$

つまり、平均法線応力が増加(圧縮応力载荷)すると Q_c^{-1} 値が増加し、平均法線応力(引張応力载荷)が減少すると Q_c^{-1} 値が減少することを表している。以上をTable 4-1にまとめた。速度異方性を考慮した際に Q_c^{-1} 値の増減を決定するのは弾性波速度の増減であり、幾何的異方性を考慮した際に Q_c^{-1} 値の増減を決定するのはクラック密度の粗密である。

Table 4-1 Relationship between Q_c^{-1} and confining pressure

	速度場変化	幾何的变化
圧縮応力 (平均法線応力増加)	Q_c^{-1} 値増加	Q_c^{-1} 値増加
引張応力 (平均法線応力減少)	Q_c^{-1} 値減少	Q_c^{-1} 値減少
せん断応力 (平均法線応力変化なし)	Q_c^{-1} 値変化なし	Q_c^{-1} 値変化なし

次に、応力方向の変化に対する Q_c^{-1} 値の挙動について論じる。この場合も、クラックの弾性移動・インピーダンス変化のみを考慮したときには(第3章)、応力方向と入射波方向が一致した場合と直交した場合の Q_c^{-1} 値の変化率は1%未満しかないので、弾性速度場変化・異方性、及びクラック幾何的变化が Q_c^{-1} 値に与える影響に比べて無視しうると考える。

弾性波速度場変化を考慮したときの Q_c^{-1} 値の応力方向に対する挙動 (Figure 4-9) と、幾何的異方性を考慮した時の挙動 (Figure 4-13) は非常に似た傾向を見せることが分かる。つまり、応力载荷により偏向配置されたクラックの長軸方向では Q_c^{-1} 値が大きくなる傾向がある。これは、速度異方性モデルでは弾性波速度が速くなり減衰が時間軸に対して早く生じ Q_c^{-1} 値の増加につながり、幾何的異方性モデルでは入射波の反射能が減少し、地震波コーダ部分の減衰が大きくなるために Q_c^{-1} 値が増加するということから説明できる。速度異方性モデルでは Q_c^{-1} 値に数10%程度の変化が生じ、幾何的異方性モデルでは数%から10%程度である。この両者の影響が重なりあうので、実際に応力方向が変化した際には数10%程度の Q_c^{-1} 値変化が観測されることが示唆される。

4.8 結言

本章では応力が载荷された際に、クラックの選択的閉鎖・生成に伴って変化し、異方性を生じる弾性波速度場、及びクラックの生成・閉鎖に伴って変化する散乱パターンの

影響が Q_c^{-1} 値に与える影響を考察した。その結果、

- 速度場異方性、散乱パターン変化のいずれを考慮した場合においても応力（平均法線応力）の大きさ変化を Q_c^{-1} 値から得ることができる。
- 速度場異方性、散乱パターン変化のいずれを考慮した場合においても主応力方向の変化を Q_c^{-1} 値から得ることができる。
- 速度異方性は散乱パターン変化に比べて、より大きな影響を Q_c^{-1} 値に対して持っている。

ということが分かった。 Q_c^{-1} 値の変化量も実際に計測された時系列での Q_c^{-1} 値変化に近い値であった。第5章では、より現実に近いモデルを用いて応力変化が Q_c^{-1} 値に与える影響を検討するが、この際に速度異方性変化が支配的であるという知見を用いて、詳細なクラック形状は考えずに二次元有限差分法を用いて検討を行うこととする。

参考文献

1. Aki, K., 2004. A new view of earthquake and volcano precursors, *Earth Planets Space*, 56, 689-713.
2. Gurevich, B., Pervukhina, M. & Makarynska, D., 2011. An analytic model for the stress-induced anisotropy of dry rocks, *Geophysics*, 76, WA125-WA133.
3. Nur, A., 1971. Effect of Stress on Velocity Anisotropy in Rocks with Cracks, *J. Geophys. Res.*, 76, 2022-2034.
4. Sato, H. & Fehler, C. M., 1998. Seismic wave propagation and scattering in the heterogeneous earth. New York: Springer-Verlag New York, Inc..
5. Sayers, C. M., 1988. Stress-induced ultrasonic wave velocity anisotropy in fractured rock, *Ultrasonics*, 26, 311-317.
6. Tadokoro, K., Ando, M. & Umeda, Y., 1999. S wave splitting in the aftershock region of the 1995 Hyogo-ken Nanbu earthquake, *J. Geophys. Res.*, 104, 981-991.
7. Tsukuda, T., 1988. Coda-Q before and after the 1983 Misasa earthquake of M 6.2, Tottori prefecture, Japan, *PAGEOPH*, 128, 261-279.

第5章 地震学的手法による地殻応力推定

5.1 緒言

測地学的手法に代表される GPS や干渉 SAR などから求められる応力変化は地表面の変化を見ているので、地表付近の不均質や、地すべり・斜面崩壊といった応力変化以外の影響をうけ、地下の応力を正確に反映してない場所がある。一方で、1.1 で述べたように、 Q_c^{-1} 値は地下から伝播してきた地震波散乱波から求められるので、既存の方法では困難であった地下数 km から数十 km といった深度の応力変化情報を含んでいる可能性がある。Aki (2004), Jin & Aki (2005) は、地震の発生を上部地殻（脆性領域）と下部地殻（延性領域）の相互関係によるものだと提唱した。上部地殻内の応力変化に伴う破壊発生の予測は不確定性が大きいため困難であるが、下部地殻（延性領域）では応力変化に伴って破壊は決定論的に振る舞い、地震発生に大きく寄与していることを指摘している。更に、Iio et al. (2004) は数値実験によって、内陸地震の発生は、上部地殻が地殻応力を支えきれなくなった時に発生し、内陸地震の発生によって緩和した上部地殻内の応力は、下部地殻に集中することを指摘している。その後、下部地殻内で応力緩和が発生し、その応力緩和分が上部地殻に集中し、その集中する応力を支えきれなくなった時に再び内陸地震が発生する。今まで計測することが困難であった下部地殻での応力変化を知ることができれば、数値実験で示された Iio et al. (2004) の結果を、実際に得られたデータから検証することができる。 Q_c^{-1} 値観測により、内陸地震発生前後での応力変化を観測することにより、脆性 - 延性領域の関係性、内陸地震発生後の下部地殻での応力増加を検証することができる。

本章ではまず、 Q_c^{-1} 値を用いることで、地表の不均質の存在に依らずに地下深部の応力変化を推定できることを示す。前章までは正方形のモデルを用いて、モデル内に置かれた受振器により Q_c^{-1} 値を求めて応力変化との関係性を導いた。ここでは、より実際に近いモデル（下方からの平面波入射、地表での Q_c^{-1} 値観測）を用いて、 Q_c^{-1} 値と地殻に載荷された応力変化との関係性を見出す。その後、地下に不均質がある場合に地表面のひずみと Q_c^{-1} 値が応力変化に対してどのような反応性を示すかを検討する。その結果、 Q_c^{-1} 値は応力の大きさ変化と連動すること、地下深部の応力変化を反映することを示す。

次にその知見を実データへ適用した。2008 年（平成 20 年）岩手・宮城内陸地震、2004 年（平成 16 年）新潟県中越地震の前後で変化する応力場を Q_c^{-1} 値から推定することができるか試みた。その際に GPS 観測、理論式から求めたひずみと比較を行い、数値計算から得られた結果と整合性を確認する。その結果、地震後に下部地殻で応力が増加す

ることを示し、内陸地震発生モデル (Iio et al., 2004) との整合性を議論する。

なお、第 3 章、第 4 章にて応力が載荷された際のクラックの弾性変位の影響、媒質のインピーダンス変化が Q_c^{-1} 値変化に与える影響、弾性波速度変化・異方性が Q_c^{-1} 値に与える影響、クラックの幾何学的変化が Q_c^{-1} 値に与える影響を検討し、その結果、弾性波速度変化・異方性が Q_c^{-1} 値に与える影響が支配的だということが分かったので、以降は数値計算をする際に、弾性波速度変化・異方性を考慮した数値計算を行うこととする。

5.2 Q_c^{-1} 値と地表面ひずみを示す異なる傾向

Figure 5-1, Figure 5-2 に示したのは、2011 年（平成 23 年）東北地方太平洋沖地震前後で見られた Q_c^{-1} 値変化から推定された応力変化と GPS 観測より求めた地表面ひずみより推定された地下 15 から 50km の応力変化を積算した値である。 Q_c^{-1} 値、地表面ひずみからの応力変化推定方法は 5.4 で述べる。 Q_c^{-1} 値については、2009 年 3 月 – 2011 年 1 月の平均と 2011 年 5 月 – 2013 年 3 月の平均の比をとったものである。ひずみに関しては 2009 年 1 月 1 日と 2013 年 6 月 1 日の座標値を用いて求めた。図中の糸井川静岡構造線及び駿河トラフを示した線は、Nishimura (2011), Kondo et al. (2008) を参考にした。

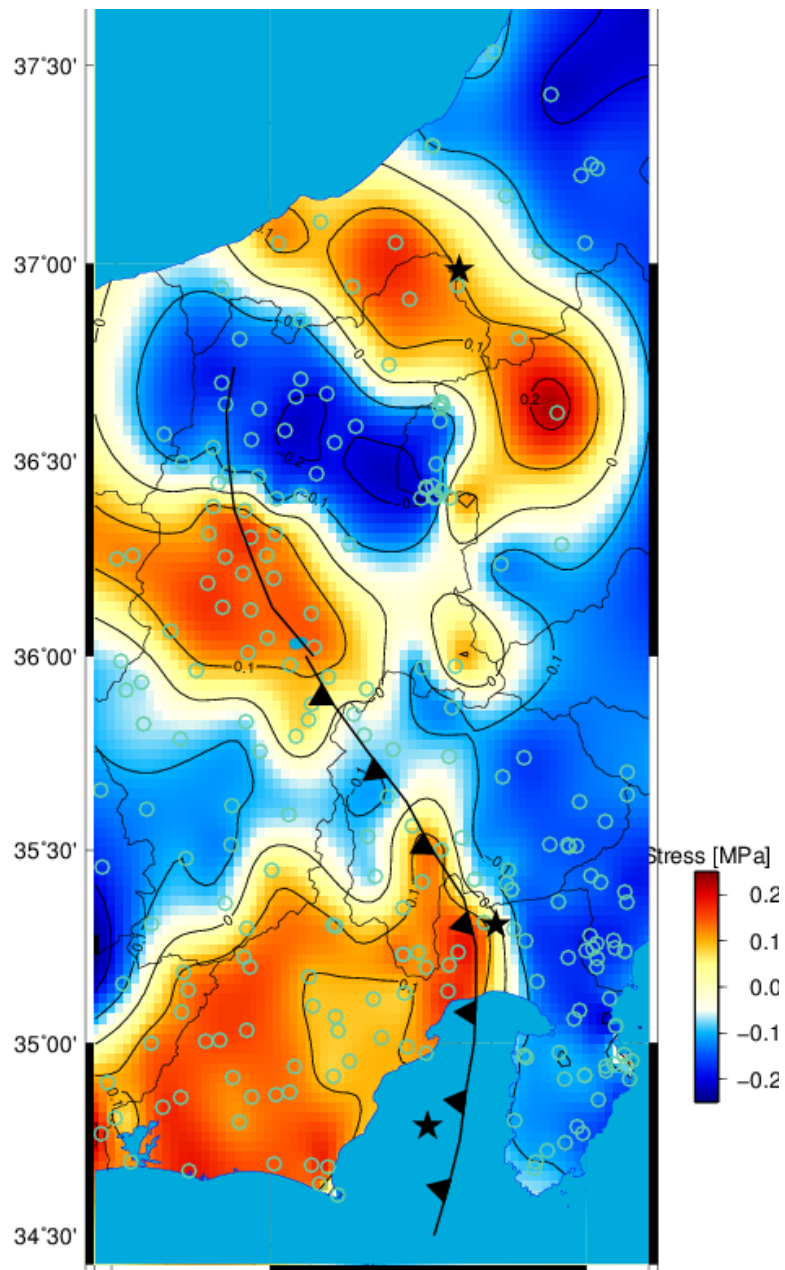


Figure 5-1 Estimated stress change inferred from variation in Q_c^{-1} before and after the Tohoku-oki earthquake. The stars show the epicenters (Nagano Hokubu earthquake, Shizuoka Tobu earthquake, Surugawan earthquake) and the circles show Hi-net stations.

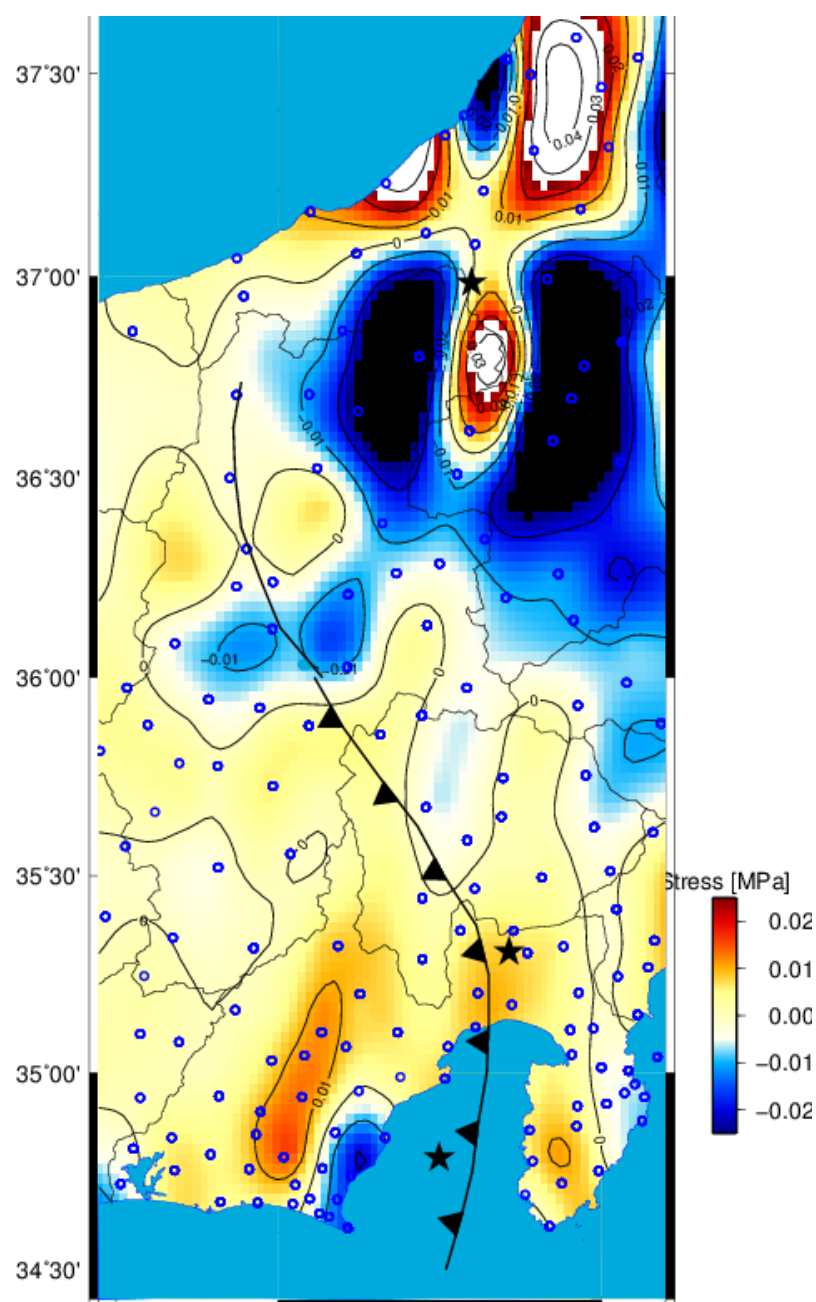


Figure 5-2 Estimated stress change (15 – 50km depth) inferred from strain due to the Tohoku-oki earthquake. The stars show the epicenters (Nagano Hokubu earthquake, Shizuoka Tobu earthquake, Surugawan earthquake) and the circles show GEONET stations

前章までの結果では、 Q_c^{-1} 値は応力の大きさ変化と一対一に対応する単射の関係があることが分かっており、ひずみもフックの法則が示すように応力の大きさと比例の関係（一対一対応）がある。このことより、 Q_c^{-1} 値、ひずみともに応力変化と一対一対応の関係を持つので両者は似た傾向を示すはずである。Figure 5-1, Figure 5-2 では、両者と

も北米プレート上で大局的にみられる応力の緩和（青色の地域）を示し、長野県北部地震（2011 年 3 月 12 日）の震央付近では応力の増加（赤色の地域）を示すといったように似た傾向を見て取ることはできる。しかし、詳細に見ると、糸魚川静岡構造線上の松本市付近で Q_c^{-1} 値は応力が増加する傾向を示すものの、地表面ひずみは糸魚川静岡構造線上では応力増加の傾向を示していない。このように Q_c^{-1} 値変化から推定される応力変化と GPS より求められた地表面のひずみから求められる応力変化とは必ずしも一致した傾向を示さないことがわかる。そこで、「 Q_c^{-1} 値は地下から伝播してくる地震波より求められるため、地下深部の応力変化を反映する一方、地表面のひずみは不均質構造に影響されるため地下の応力変化を正確に反映できない場合がある」という仮説を立てた。この仮説を、数値計算を用いて検証する。その後、実データ解析の詳解を行う。

5.2.1 有限要素法，有限差分法を用いた検討方法

5.2 で立てた仮説，「 Q_c^{-1} 値は地下から伝播してくる地震波より求められるため、地下深部の応力変化を反映する一方、地表面のひずみは不均質構造に影響されるため地下の応力変化を正確に反映できない場合がある」を検証する。そのため、地殻モデルに応力が載荷された際の Q_c^{-1} 値変化と、GPS 観測で得られる地表面での平均ひずみ変化を比べるため二次元有限要素法により、弾性モデルに応力が載荷された際の地表面でのひずみを計算した。その際に、有限要素法により弾性モデル内の応力分布も求めておき、その応力分布を入力としてクラックの生成・閉鎖を計算したのちに、有限差分法により弾性波動伝播計算及び Q_c^{-1} 値取得を行った。まとめると、Table 5-1 となる。

Table 5-1 Outputs and Inputs for the FEM (elastic analysis) and the FDM (wave propagation).

	入力	出力
有限要素法（弾性解析）	地殻に載荷される応力	応力分布 ，地表面でのひずみ
有限差分法（波動伝播）	応力分布 ，平面波	地表面での Q_c^{-1} 値

Figure 5-4, Figure 5-3 が解析に用いる有限要素モデル、及び有限差分法モデルである。まず、均質な地殻モデルを用いて、地震波が地下から入射し、地表面で Q_c^{-1} 値を観測するといった現実的な配置での応力の大きさ変化と、地表面のひずみ、 Q_c^{-1} 値の関係性を解明する。有限要素法については付録 C に詳解する。0.05MPa から 2.5MPa までの応力を x 軸に沿って載荷した時の地表面での平均面ひずみと、モデル内の応力分布を有限要素法により求める。ここでは均質モデルを用いているためモデル内の応力分布は一様であるが、後の 5.2.6 では不均質モデルを用いるためモデル内の応力分布は非一様となる。

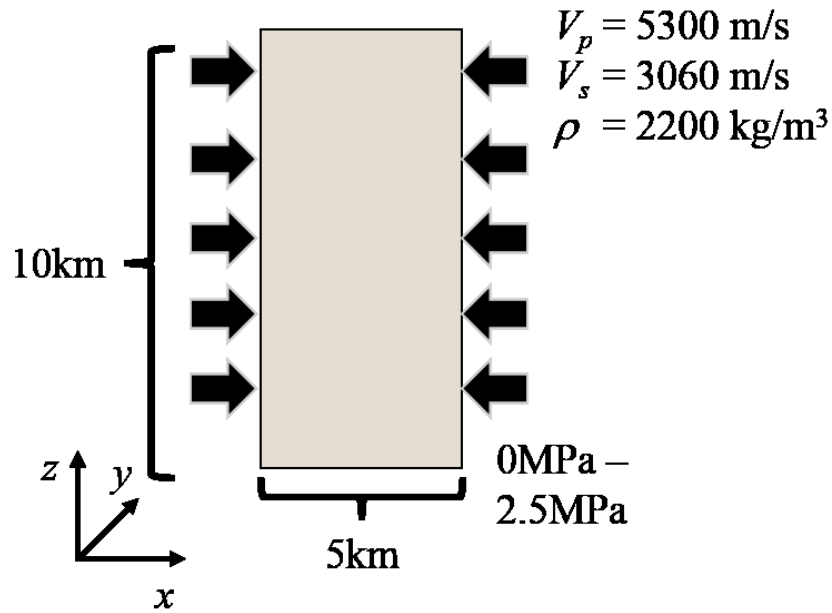


Figure 5-3 Simulation model for elastic analysis (FEM).

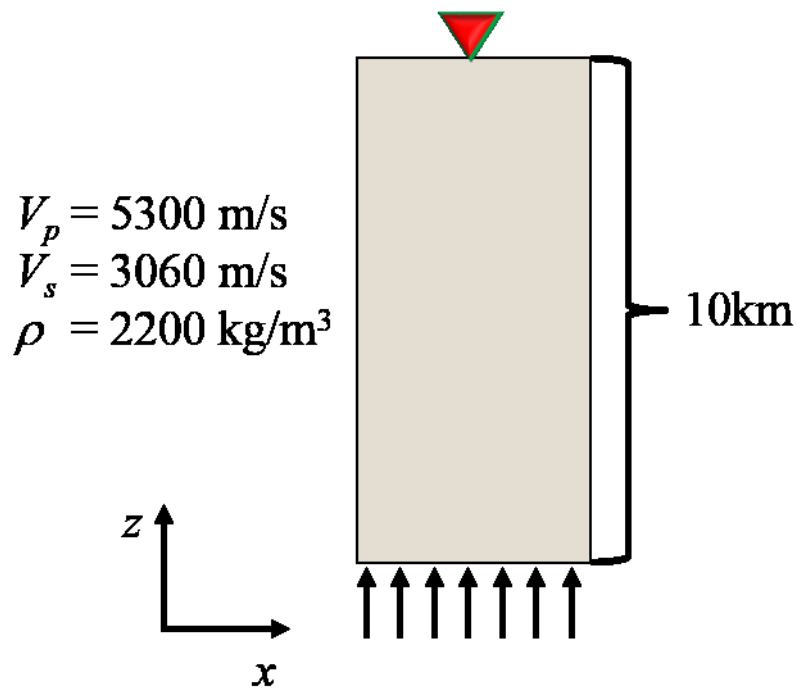


Figure 5-4 Simulation model for wave propagation (FDM)

有限差分法では二次元 SH 波を Rotated Staggered Grid (A.2) により差分化し，弾性波動の二次元有限差分法解析を行う．実際の地殻を模擬したモデル (Figure 5-4) に有限要素法で計算された応力分布を入力することでクラックの閉鎖を判断する．その前後での

地表面での Q_c^{-1} 値を計算し変化を検討した．モデルの側方境界に周期的境界条件 (Equation 5-1) を適用するため，モデルは側方に無限縁の広がりを持つと考えられる．

$$f(x) = f(x+L) \quad \text{Equation 5-1}$$

ここで、 L はモデル長であり、境界での関数 f の値は反対側の境界での値と同じとなる．地表面は、地表面より上に空気の媒質パラメータを導入することで表されている．

応力が載荷された際に、地殻モデル内において、クラックの閉鎖が生じると考える．6000 個のクラックがモデル内にランダムな位置にランダムな配置角度を持って分布している．アスペクト比 α は 5.0×10^{-6} から 1.0×10^{-2} の間に Equation 4-1 に従って分布している．クラック長軸半径は 5m から 60m の間に分布している．有限差分法を用いているため、4.4 で用いた境界積分方程式法に比べて、詳細なクラック形状を表すことはできない．しかし、クラックの幾何的影響が Q_c^{-1} 値に与える影響は、弾性波速度場変化が Q_c^{-1} 値に与える影響に比べて小さいため有限差分法を用いることとする．6Hz の中心周波数を持つリッカー波がモデル下部から一様に平面波入射する． x 軸に沿って 0.05MPa から 2.5MPa までの応力が載荷された時の地震波をモデル上部の受振器で観測し Q_c^{-1} 値を求める．クラックの閉鎖は、Equation 4-3 で与えられる．第 4 章ではこの式中の応力 σ はモデルに載荷される応力の大きさが与えられ、モデル内のどの点においても同じ値であったが、ここでは有限要素法で計算された、クラック位置での応力に置き換えられる．

クラック閉鎖の影響のほかに、閉鎖したクラックの両端において新たにウィングクラックが生成・成長することも考慮する (Figure 5-5 参照)．ウィングクラックはダイラタンシーの原因と考えられており、偏差応力の増大により生じる．初期クラック端部では極めて大きな応力集中が生じており、これが初期クラック端の抵抗力を超えた時にウィングクラックが生成すると考えられている．このクラックは偏差応力の増大とともに成長する．ウィングクラックの長さ c は

$$c = \frac{2 \sin \phi \cos \phi \sin(\phi + \beta)}{\pi \sigma_2 / (\sigma_1 - \sigma_2) + \sin^2 \beta} r \quad \text{Equation 5-2}$$

によって与えられる (里, 1992; 里, 1993)．ここで、 ϕ は初期クラックの配置角度、 β はウィングクラックの成長角度、 $\sigma_1 - \sigma_2$ は偏差応力の大きさ、 σ_2 は初期地圧、 r は初期クラックの長さである． σ_2 は 30MPa、 β は 30° で固定されている．尚、ウィングクラックの長さ c は考慮する応力の大きさ ($< 2.5\text{MPa}$) の範囲では初期クラックに比べて非常に小さい．

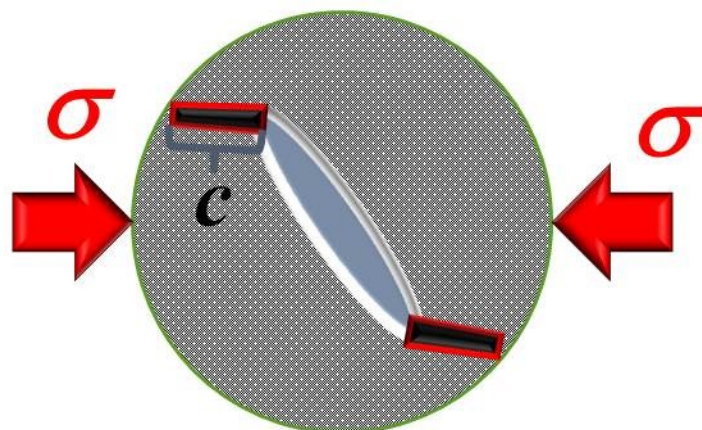


Figure 5-5 At the edges of the closed crack, wing cracks whose length is c generate.

Figure 5-6 に x 軸方向に 0MPa, 16MPa, 400MPa の応力が載荷された際のクラックの状態を図示した. 16MPa の応力が載荷された状態では, z 軸方向に長軸を持つクラックが閉鎖しており, 細かなウィングクラックが生成していることが分かる. また, 400MPa の大きさの応力を載荷するとウィングクラックが更に成長する様子が見て取れる. 本章で用いる応力の最大値は 2.5MPa までであるが, Figure 5-5 に示した変化に至るまでの過程が生じていると考えられる.

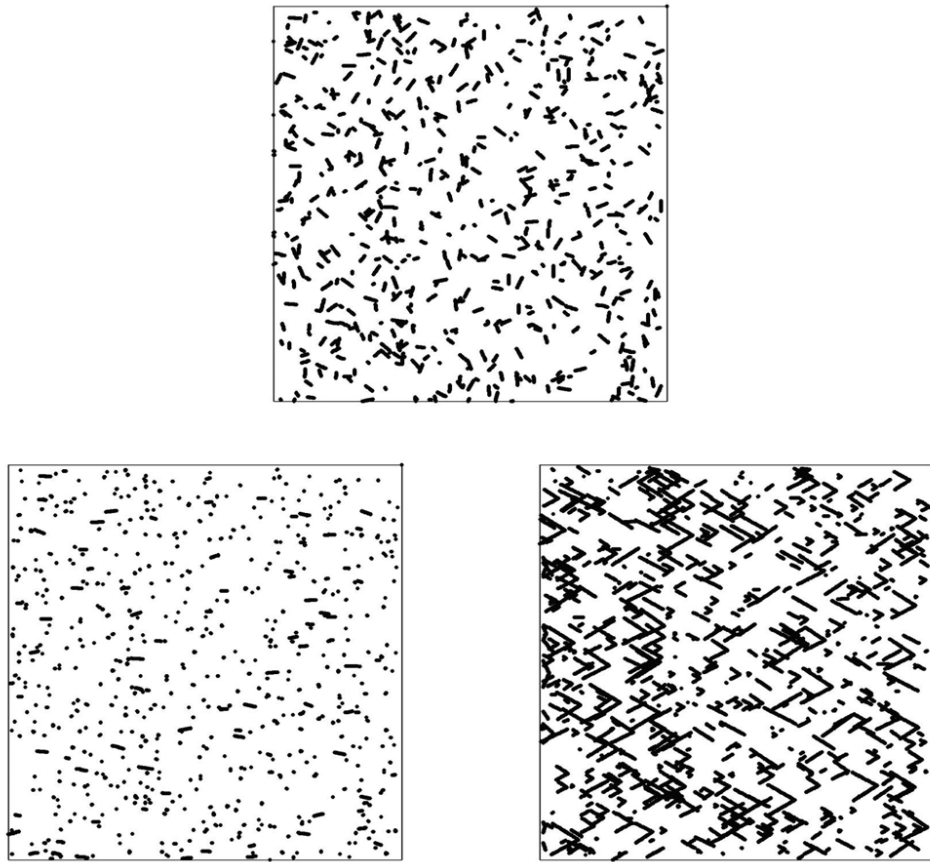


Figure 5-6 State of the cracks in the model when compressive stress is loaded along x axis (Upper : 0MPa, Lower left: 16MPa, Lower right: 400MPa).

5.2.2 弾性波速度の変化

第4章では応力が載荷された際の弾性波速度変化の影響が Q_c^{-1} 値に対して最も支配的であることが分かった。ここでは、クラックの閉鎖、ウィングクラックの生成に伴って変化する弾性波速度について述べる。ここで、弾性波速度の変化は Saenger & Shapiro (2002) に従い、モデル中にクラックが占める割合から計算する。クラック密度 ρ_c は Kachanov (1992) の定義、

$$\rho_c = \frac{1}{A} \sum_k r_k^2 \quad \text{Equation 5-3}$$

を用いる。ここで、 A はモデル面積、 $2r$ はクラック長である。ここで、 x 軸方向、 z 軸方向の速度を求めるために、 r はクラック長さをそれぞれの軸に投影した長さとした。この ρ_c から Modified Self-consistent (MSC) theory (Bruner, 1976; Henyey & Pomphrey, 1982) に従ってヤング率 E 、剛性率 G を以下の様に求める。

$$E = E_0 \exp(-\pi \rho_c) \quad \text{Equation 5-4}$$

$$G = G_0 \exp\{-\pi(1-\nu_0)\rho_c\} \quad \text{Equation 5-5}$$

ここで、 E_0 、 G_0 は初期のヤング率，剛性率， ν_0 は初期のポアソン比である．

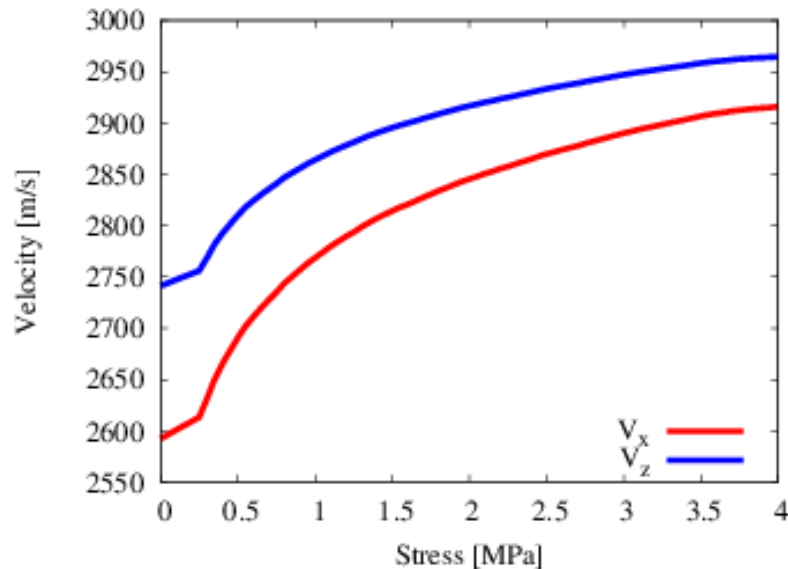


Figure 5-7 Variation in elastic velocity against magnitude of stress.

Figure 5-7 に 0MPa から 4MPa の応力が載荷された際の x 軸, z 軸に沿うそれぞれの S 波弾性波速度変化を示した．応力が載荷されるに従って，元々媒質の値として与えた S 波速度 3600 m/s に近づいていくことが分かる．

5.2.3 応力の大きさ変化と地表面ひずみ, Q_c^{-1} 値の関係性 (均質モデルを用いて)

有限要素及び有限差分法を用いて計算した地表面でのひずみと Q_c^{-1} 値の応力に対する応答を Figure 5-8, Figure 5-9, Figure 5-10 に示した．Figure 5-8 は地表面での水平方向のひずみの平均，Figure 5-9 はその対数表示，Figure 5-10 が地表面での Q_c^{-1} 値変化である．フックの法則から明らかなように，応力の大きさが増加するにしたがって，ひずみは線形的に増加する．ここでは，応力に従って増加する Q_c^{-1} 値との対応を分かりやすくするために，応力により圧縮される方向のひずみを正としてプロットしている． Q_c^{-1} 値も応力の増加に従って大きくなっていることが分かる．このことより，均質モデルを用いると，地表面でのひずみ， Q_c^{-1} 値ともに応力の増加に伴って大きくなることが分かった．また，均質モデルを用いて行われた結果なので，地表面のあらゆる点で同じ結果を示す．

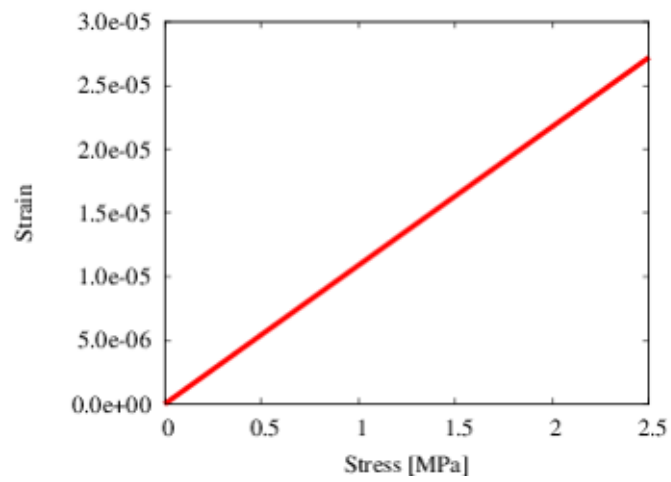


Figure 5-8 Strain against magnitude of the loaded stress.

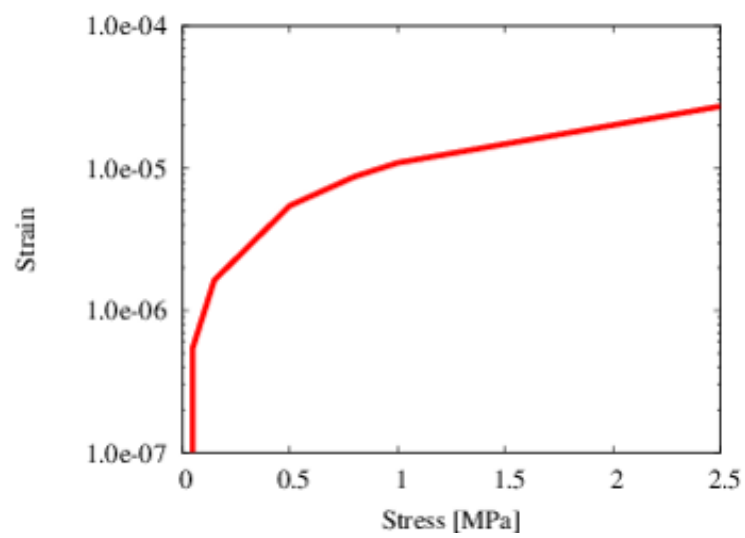


Figure 5-9 Strain against magnitude of the loaded stress (Log plot).

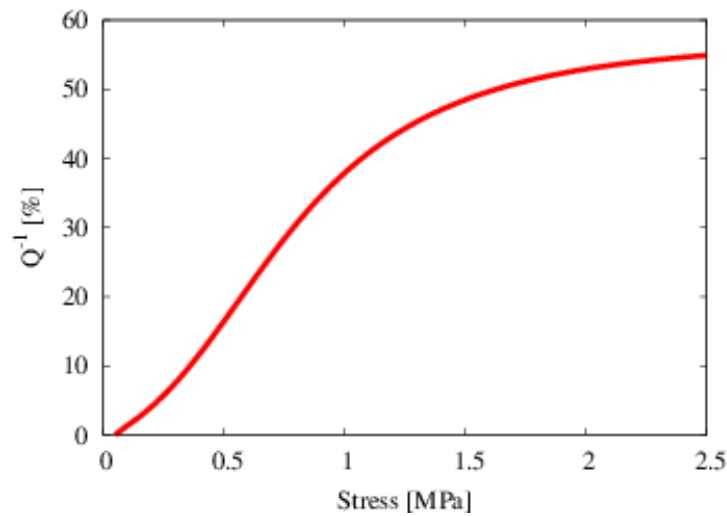


Figure 5-10 Variation in Q_c^{-1} against magnitude of the loaded stress.

5.2.4 三次元問題への適用可能性

実データで得られた Q_c^{-1} 値を解釈するためには三次元での計算を行い比較すべきである。しかし、計算資源、計算時間の制限から、実際の解析領域の大きさを伝播する高周波地震動の計算、特にコーダ波の減衰のような長い継続時間に対する数値計算は困難である。そこで、二次元計算の結果を用いて、実際の三次元構造を伝播した波動から得られた Q_c^{-1} 値を解釈することを考える。そのために、数値計算を用いて、二次元モデルと三次元モデルを用いて行った波動伝播から求められた Q_c^{-1} 値の関係性を確認した。両者に線形の関係が認められれば、二次元での数値計算の結果を用いて三次元の実データでの結果を解釈することができると考える。

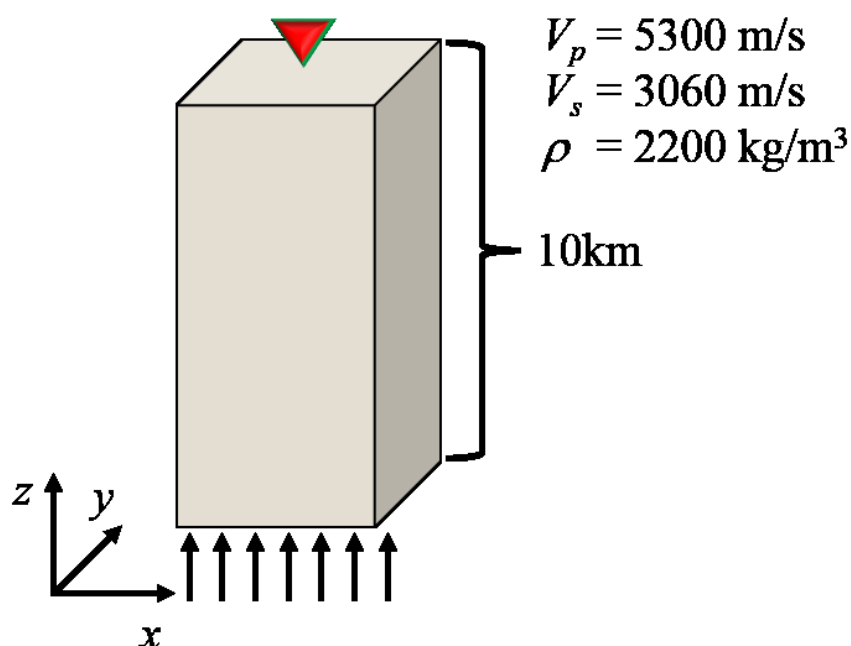


Figure 5-11 Simulation model for wave propagation (3D-FDM).

Figure 5-11 が検証に用いた三次元波動伝播モデルである（二次元の場合は Figure 5-4 に示されたモデルを用いて、5.2.3 に示す結果が得られている）。クラックについては y 軸方向に解析領域が拡張したことを考えて、30000 個（二次元の場合は 6000 個）のクラックが存在している。各クラックはアスペクト比 α 、配置角 ϕ 、クラック長軸をパラメータとして保持している。クラックアスペクト比の分布として、 5.0×10^{-6} から 1.0×10^{-2} の間に Equation 4-1 に従って与えられる。6Hz の中心周波数を持つリッカー波がモデル下部から一様に平面波入射する。 x 軸に沿って 0.05MPa から 2.5MPa までの応力が载荷された時の地震波をモデル上部の受振器で観測し Q_c^{-1} 値を求める。 x 軸、 y 軸方向には周期的境界条件が適用されている。基本的な設定は二次元計算の際と同じである。

Figure 5-12 に示されるのが地表面で得られた Q_c^{-1} 値の応力の大きさへ対する変動である。Figure 5-10 に示される二次元計算によって得られた結果と同じように応力の大きさが増加するに従って、 Q_c^{-1} 値も増加する傾向を見て取ることができる。Figure 5-13 に三次元計算で得られた Q_c^{-1} 値と二次元計算で得られた Q_c^{-1} 値の結果を比較した図を示した。両者の関係式を一次関数で記述することができることが分かる。両者に線形の関係が認められるので、二次元での数値計算の結果を用いて三次元の実データでの結果を解釈することができることが分かった。

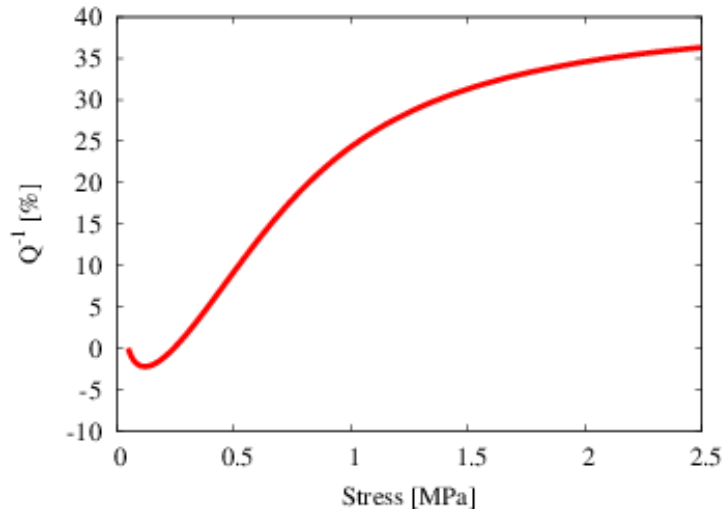


Figure 5-12 Variation in Q_c^{-1} against magnitude of stress (3D calculation).

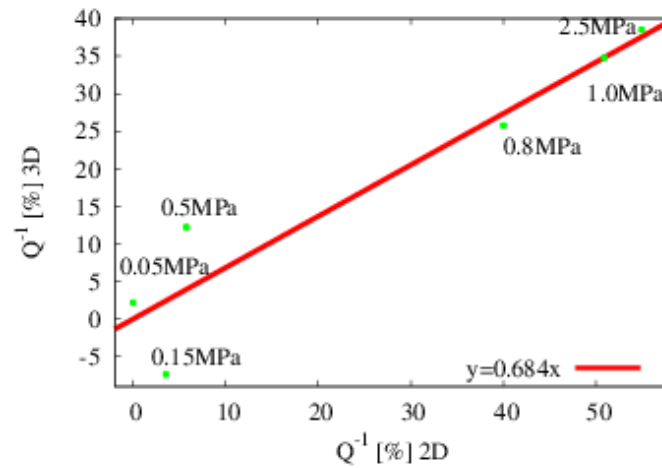


Figure 5-13 Cross plot of Q_c^{-1} calculated by the 2D and 3D simulation. Each point shows the result for different magnitude of the stress.

また、二次元の計算で Q_c^{-1} 値を求める際、計算された地震波形に対して Half Differential Operator (三ヶ田 & 武川 私信; Deregowski & Brown, 1983) を適用した結果も検討した。二次元平面で表される球面波動場（例えば、クラックで散乱された二次的な波動場） W は

$$W(x, z, t) = \frac{P_0}{r} \exp \left\{ -i\omega \left(t - \frac{r}{V} \right) \right\} \quad \text{Equation 5-6}$$

$$r = \sqrt{x^2 + z^2} \quad \text{Equation 5-7}$$

と表される．ここで， P_0 は定数， V は弾性波速度である．一方， y 軸方向に離れた地点での波動場 W は

$$W'(x, z, t) \sim P_0 \sqrt{\frac{2V}{\pi\omega}} \exp \left\{ -i\omega \left(t - \frac{r}{V} \right) - \frac{\pi}{4} i \right\} \quad \text{Equation 5-8}$$

と表されることとなる．Equation 5-6 と Equation 5-8 では円筒波の効果で波動場の位相が 45 度変化していることが分かる．この 45 度の位相の変化を修正するのが Half Differential Operator である．二次元計算で得られた波形に Half Differential Operator を作用させることで，三次元で得られた波形との差異を減少させることができる．

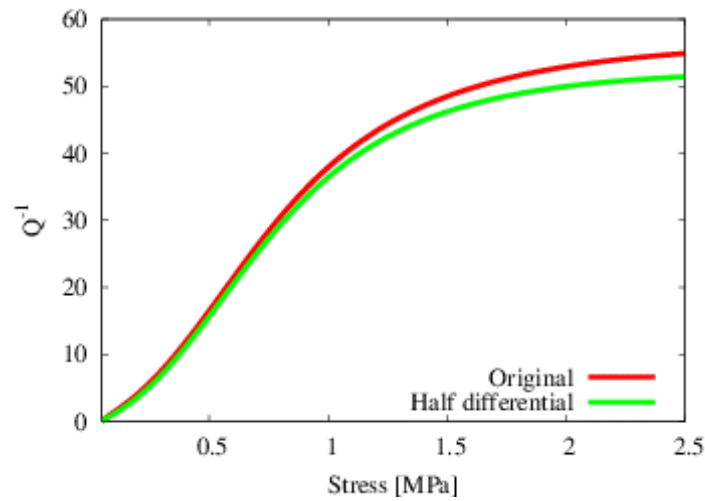


Figure 5-14 Variation in Q_c^{-1} (from the original seismograms and one which are applied the Half Differential Operator) against magnitude of the loaded stress

Figure 5-14 が二次元の数値計算結果から求められた Q_c^{-1} 値と，二次元計算された地震波形に Half Differential Operator を作用して求められた Q_c^{-1} 値である．これらと三次元から求めた Q_c^{-1} 値の結果 (Figure 5-12) を比較すると，Half Differential Operator を作用させた場合の方が三次元の計算から得られた Q_c^{-1} 値の結果に近づいていることが分かる．以降，二次元での計算の際には Half Differential Operator を用いることとする．

5.2.5 Q_c^{-1} 値変化，ひずみと応力の関係のまとめ（均質モデルより）

Figure 5-15 は，均質モデル（三次元）から得られた Q_c^{-1} 値変化とその変化に対する近似式 (Equation 5-9)である．

$$y = A[1 - \exp(Bx)] + C \quad \text{Equation 5-9}$$

ここで， y は応力の大きさ， x は Q_c^{-1} 値変化である． A ， B ， C は定数であり，グリッドサーチにより求めた．ある Q_c^{-1} 値が与えられた場合，約 0.15MPa の残差を持って応力変

化が推定される．更に Figure 5-16 は Q_c^{-1} 値変化と地表面でのひずみの関係式である．Equation 5-9 において, y を Q_c^{-1} 値変化, x を地表面でのひずみに取り, 近似式を与えた．この結果より, Q_c^{-1} 値が数 10% 程度変化した時 (0.1 – 1MPa 程度の応力が载荷された時) に, 地表面での平均ひずみは 10^{-6} オーダーで変化していることが分かる (Figure 5-16)．

Sagiya et al. (2000) によると, GPS 観測から得られた座標値データの精度が, 水平方向に対して 2 - 6 mm であることが述べられている．簡単に見積もると, GPS 観測点間の距離が 20km (国土地理院によって整備されている観測点間距離の平均) だと考えると, 得られたひずみは $2.0 \times 10^{-7} - 6.0 \times 10^{-7}$ の誤差を有することが分かる．この誤差は Figure 5-9 を参考にすると, 応力では 0.05MPa 程度の大きさということになる．一方, Hiramatsu et al. (2000) によると, t 検定において 99.5% 以上の信頼区間内で 3% 前後の Q_c^{-1} 値変化が観測されている．こちらも応力に換算すると 0.05MPa 程度の大きさである． Q_c^{-1} 値変化, GPS 観測ともに同程度の応力変化検知の限界を持つことが分かった．

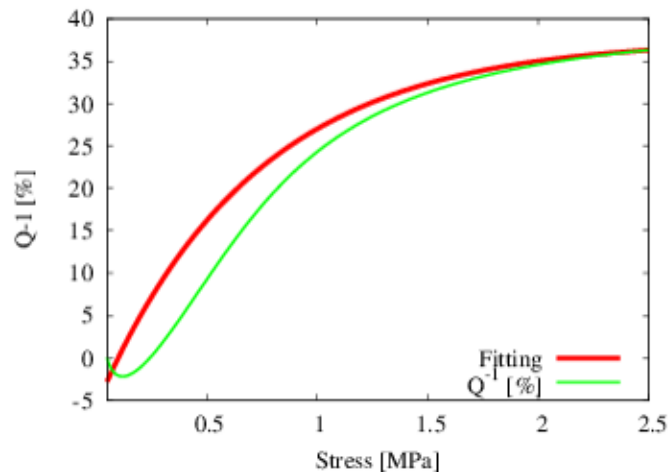


Figure 5-15 Variation in Q_c^{-1} against magnitude of stress and the fitting curve.

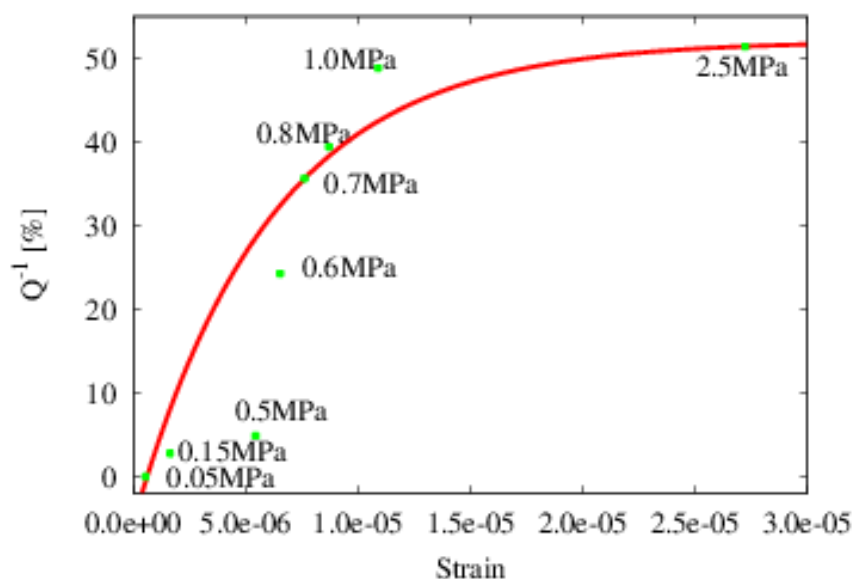


Figure 5-16 Cross plot of Q_c^{-1} and strain against magnitude of stress. The red line is fitting curve.

5.2.6 地表付近の不均質が Q_c^{-1} 値に与える影響

次に、「 Q_c^{-1} 値は地下から伝播してくる地震波より求められるため、地下深部の応力変化を反映する一方、地表面のひずみは不均質構造に影響されるため地下の応力変化を正確に反映できない場合がある」という仮説を検討する。 Q_c^{-1} 値変化と GPS 観測から得られたひずみが示す応力が異なる一例として、Figure 5-1 の Q_c^{-1} 値変化を表した図と、Figure 5-2 の GPS 観測から求められた図を比べた時に、長野県松本市付近の糸魚川静岡構造線上で、 Q_c^{-1} 値変化からは応力の増加を示唆する結果が得られているが、GPS から得られた結果では応力が増加する傾向が見られないことが挙げられる。このような違いが生じる理由として、 Q_c^{-1} 値変化は地震発生深さから地表に伝播してくる地震動によって求められるので地殻中の全体的な変化を反映する一方、GPS 観測は地表面のみの情報から求められるので、地表面付近に存在する局所的な不均質や、地すべり、斜面崩壊といった応力変化以外の因子に影響されやすいということが考えられる。つまり、 Q_c^{-1} 値変化は地殻中の応力変化の情報を反映するが、GPS 観測から求められたひずみは地表付近に存在する不均質の存在などによって影響された応力変化の分布を反映しているということである。そこで、「 Q_c^{-1} 値変化は地表付近の不均質や特異構造に影響されず、地域的な応力変化を示すことができる」と考え、それを数値計算により証明することを試みた。

検証に用いたモデルを Figure 5-17 に示す。このモデルは松本市付近の糸魚川構造線を横切る側線で行われた地震探査から求められた結果である (Ikeda et al., 2004)。このモ

デルを用いて、有限要素法による弾性解析にて地表面のひずみ、及びモデル中の応力分布を求め、その応力分布とモデル地下からの平面波を入力として、有限差分法による波動伝播シミュレーションを行った。地表面での観測点 Station A, Station B, Station C にて Q_c^{-1} 値を求めた。地表付近の不均質体 M1 は $V_p = 5020$ m/s, $V_s = 2900$ m/s, $\rho = 2340$ kg/m³, 点状のクラックが 2000 個分布している。クラックはアスペクト比 α , 配置角 ϕ , クラック長軸半径 r をパラメータとして持つ。 α は 5.0×10^{-6} から 1.0×10^{-4} の間, r は 10m, ϕ はランダムに与えている。M2 には $V_p = 6400$ m/s, $V_s = 3700$ m/s, $\rho = 2670$ kg/m³, 10000 個の点状クラックを与えている。モデル上面は自由表面境界, モデル側面には Cerjan (1985) の吸収境界を与えている。モデル側面に載荷する応力の大きさは, 0.5MPa から 3MPa である。

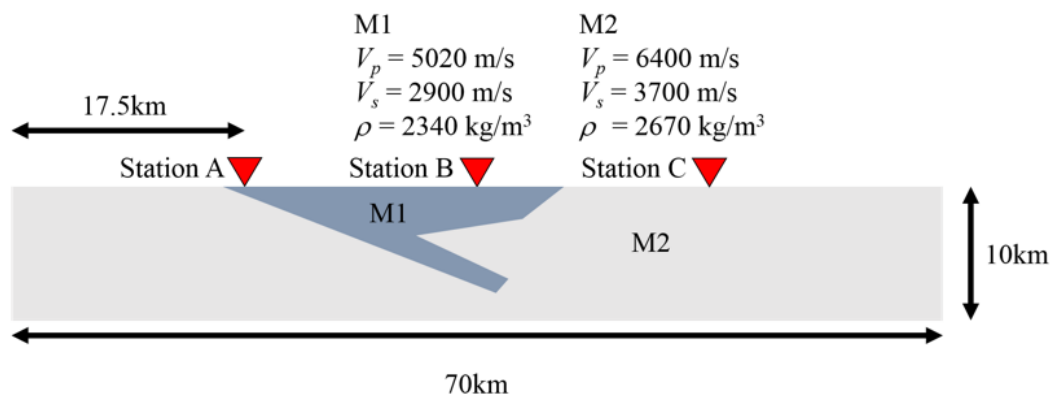


Figure 5-17 Simulation model for the FEM and FDM.

Figure 5-18 が水平方向に 2.5MPa の応力で圧縮したときのモデル内の応力分布を示した図である。地表付近に存在する M1 内の応力は、周囲の M2 内の応力に比べて小さくなっていることが分かる。この時の, Station A, Station B, Station C 直下での応力の平均を示したものが Figure 5-19 である。表示された応力は, 各 Station を中心に左右に 1km 内 (第一フレネルゾーンの半径) の応力値を, 地表から深さ 8km までの間で平均したものである。

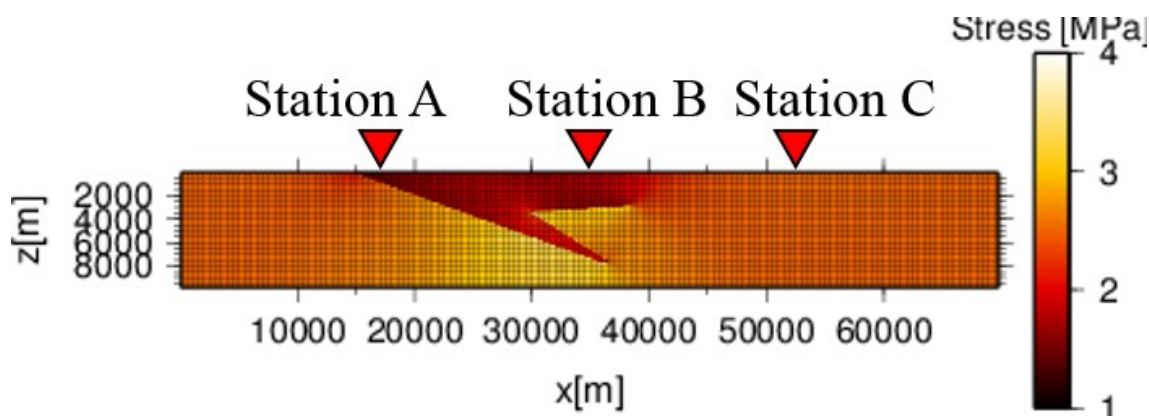


Figure 5-18 Distribution of stress in the model when 2.5MPa compressive stress is loaded.

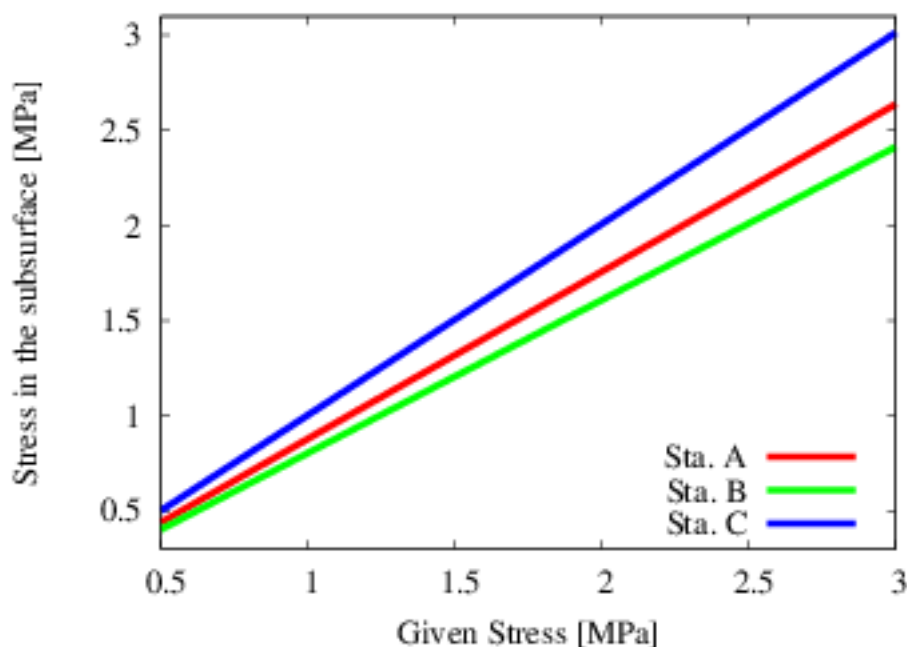


Figure 5-19 Magnitude of stress beneath each station against magnitude of the given stress.

Station C では、モデル側面に与えた応力とほぼ同じ応力値を示した。これは、Station C 直下には不均質な媒質はなく、応力の集中・緩和が生じていないからである。一方、Station A、Station B の直下では、軟らかい媒質 M1 の存在により側面に与えた応力に比べて小さい値となっている。Station A と Station B を比べると、M1 直上にある Station B での応力値がより小さいことが分かる。

2.5MPa の応力が載荷された際の、地表面での平均面ひずみを示したのが Figure 5-20 である。M1 直上では周囲に比べて大きくひずんでいる。これは、軟らかい媒質である M1 が変形しやすいためである。ここで、圧縮される方向のひずみを正と取り直した。Station A、Station B、Station C での応力に対する平均ひずみ変化を示した図が Figure 5-21

である。各 Station 直下での応力の傾向 (Figure 5-19) では, Station C 直下が最も高い応力値を示していたが, ひずみでは Station C では最もひずみ量が少ない点となっている。また, 最も小さい応力値を示した Station B において, 最大のひずみ値が観測されている。

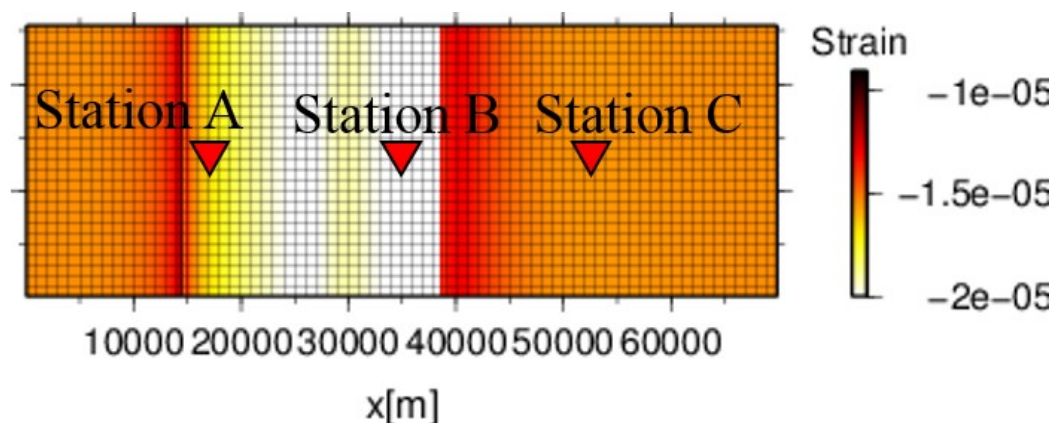


Figure 5-20 Distribution of strain on the surface when 2.5MPa compressive stress is loaded.

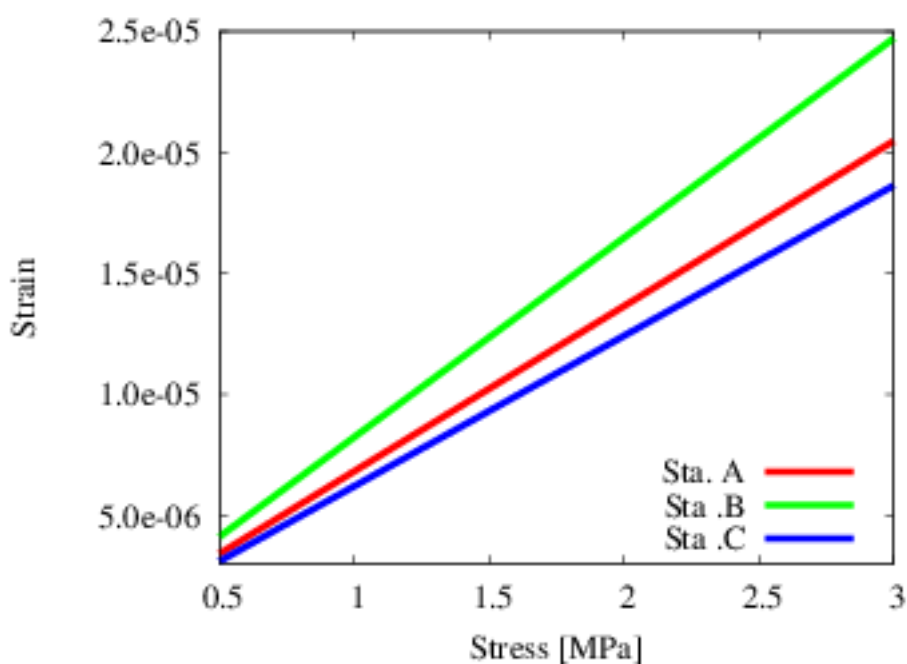


Figure 5-21 Strain at each station against magnitude of the given stress.

Figure 5-22 に Station A, Station B, Station C で観測された, 応力変化に対する Q_c^{-1} 値を表示する。前項までに行った数値計算と同じく, 応力が上昇するに従って Q_c^{-1} 値が増加しているのが分かる。また, Station ごとの Q_c^{-1} 値の大きさを比べると, Station B <

Station A < Station C となっており，この傾向は Figure 5-19 に示した各 Station 直下での応力値が示した傾向と同じであることが分かった。

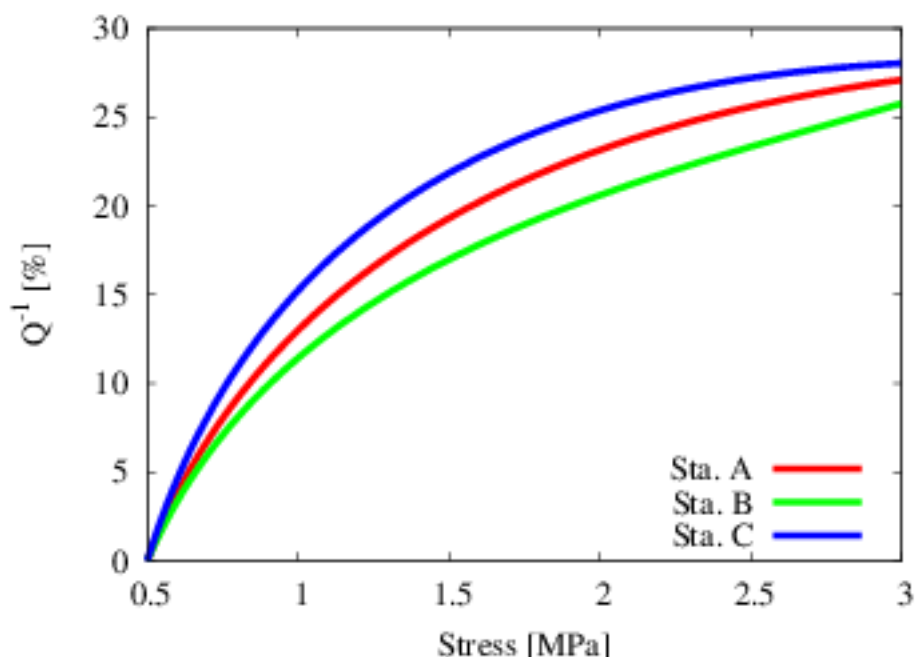


Figure 5-22 Q_c^{-1} at each station against magnitude of the given stress.

Table 5-2 に示したのは、2.5MPa の応力が载荷された際の Station B を基準とした Station A, Station C の応力、ひずみ、 Q_c^{-1} 値変化をまとめたものである。また、Figure 5-21, Figure 5-22 を基に、ひずみ、 Q_c^{-1} 値から推定される応力値も記した。推測される応力は、Station B での Q_c^{-1} 及びひずみの応力に対する関係から求められている。

Table 5-2 Stress, strain and Q_c^{-1} changes and stress changes estimated from strain and Q_c^{-1} at stations A and C. The stress is estimated based on the value at station B.

	Station A	Station C
応力変化	+0.102MPa	+0.324MPa
平均ひずみ	-3.533×10^{-6}	-5.068×10^{-6}
ひずみから推測された応力	-0.2MPa 程度	-0.3MPa 程度
Q_c^{-1} 値	+4.443%	+5.695%
Q_c^{-1} から推測された応力	+0.22MPa	+0.27MPa 程度

この結果より、地表面付近に不均質がある場合、ひずみに比べて Q_c^{-1} 値の方が Station A, Station B, Station C 間の応力関係を適切に表現できていることが分かる。一方、ひずみは地表面付近の不均質により、実際の応力分布と異なる関係性を示すことがある。本項、冒頭で示した仮説「 Q_c^{-1} 値変化は地表面付近の不均質や特異構造に影響されず、地域

的な応力変化を示すことができる」ということが数値実験により示された。 Q_c^{-1} 値は地下から伝播してくる地震波から求められるので、地表付近の不均質の影響に左右されにくいということが言える。地表面でのひずみから応力を推定する場合、地下に不均質が存在していることを認識していないと、地下での応力変化と異なる応力変化の分布を推定してしまう可能性がある。

この知見を基に、再び Figure 5-1 の Q_c^{-1} 値変化と Figure 5-2 のひずみの図を見てみる。長野県松本市付近の糸魚川静岡構造線上で Q_c^{-1} 値が応力増加傾向を示している点があるが、GPS に観測によるひずみが示す結果と空間的に一致しない点がある。これは、ひずみが地表付近の構造に影響され、地下からの地震波動伝播から応力推定を行う Q_c^{-1} 値と異なる結果となるためと考えられる。

5.2.7 数値計算より得られた Q_c^{-1} 値変化

均質モデルを用いて、応力と Q_c^{-1} 値変化、ひずみの関係を求めた後、二次元モデルを用いて計算された結果を三次元構造へ適用する妥当性を確認した。ここまでで得られた知見としては下記である。

- 応力が載荷された際、 Q_c^{-1} 値、ひずみともに、応力の大きさが増加するに従って大きくなる。
- 二次元と三次元で計算された Q_c^{-1} 値変化は線形の関係を持つ。
- Q_c^{-1} 値は応力の大きさと Equation 5-9 に示される関係式で結び付けられる。

その後、不均質モデルを用いて、「 Q_c^{-1} 値は地下から伝播してくる地震波より求められるため、地下深部の応力変化を反映する一方、地表面のひずみは不均質構造に影響されるため地下の応力変化を正確に反映できない場合がある」という仮説を検討した。その結果、地下不均質が存在する場合、地表面でのひずみは地下の応力変化に対応した空間的变化を示さない場合があることが分かった。一方、 Q_c^{-1} 値は地下の応力変化に対応した空間的变化を示すことが分かり、上記の仮説は示された。

5.3 実データ解析：使用データの概説

第3章、第4章、及び5.2の前半部分で、 Q_c^{-1} 値変化と応力の関係性を検討してきた。その結果、応力場、即ち応力の大きさと、方向に対しての Q_c^{-1} 値の反応性が以下のように簡潔にまとめられることが分かった。

- 応力が載荷された際、 Q_c^{-1} 値は応力の大きさが増加するに従って大きくなる。
- Q_c^{-1} 値は主応力方向と入射波間の角度に対して正弦曲線的に変化し、主応力方向と

入射波方向が一致した時に最大値を取る．

- Q_c^{-1} 値変化は地表付近の不均質に影響されずに地下の応力変化を示すことができる．以上の知見が実データ上でも見られるか確認する．具体的には時系列での地下の応力変化を Q_c^{-1} 値により検出することができるか，同時刻での空間的な応力方向の分布を Q_c^{-1} 値で捉えることができるか検討する．そのために， Q_c^{-1} 値より推定される結果との比較に用いる地下の応力を代表するパラメータを導入する必要がある．本研究では GPS 観測から求められる地表面でのひずみから求まる地下のひずみ分布と，断層すべりが与えられたときに，理論的に求まる任意の深さ・場所でのひずみを，応力変化を代表するパラメータとして解析に用いることとする．

5.3.1 Q_c^{-1} 値 (Hi-net 観測点より)

実データから Q_c^{-1} 値を取得するために，独立行政法人防災科学技術研究所が展開する日本列島に稠密に配置された地震観測網 Hi-net (Okada et al., 2004; Obara et al., 2005; 汐見ほか, 2009; 小原, 2001) から地震波形データを得た．Hi-net 観測点は現在日本列島に約 800 点あり，20km 程度の間隔で設置されている．2002 年 6 月 3 日から現在までの地震波形データがウェブサーバー上で利用可能であり，本研究では地震イベントごとに切り出されたイベント波形データを使用する．この波形データから，2.2 に示される方法を用いて Q_c^{-1} 値を取得する．求められた Q_c^{-1} 値は観測点の位置での値として考える．

5.3.2 地表面変位から求められるひずみ (GEONET 観測点より)

Q_c^{-1} 値により推定された地殻応力情報の妥当性を検証するために，他の方法で得られた地殻応力データが必要となる．しかし，1.1 で述べたように，地下深く，特に地震発生深さのような地下数 km での応力を測定することは非常に難しい．そこで，地表面でのひずみを応力変化情報の一つとして利用する．また，5.2.6 での計算結果で示されたように，地表面でのひずみは地表付近に不均質が存在する場合は必ずしも地下の応力変化の状態を反映しないということも併せて検証する．

そのために，国土地理院によって整備されている GEONET (GNSS 連続観測システム) 観測網 (Miyazaki et al., 1996; Miyazaki et al., 1997; Miyazaki et al., 1998) を用いる．GEONET 観測点は全国に約 1,200 ヶ所存在し，GPS 観測によって日々の座標値 (F3 解) が観測されており，その座標値から地表面の時系列変化する面ひずみを計算する．

座標値からひずみを計算する方法を述べる．まず，解析領域を，その領域内に分布する観測点によるデローニ三角形 (Shewchuk, 1996) によって，複数の三角形要素に分割する．三角形を構成する 3 観測点から，その三角形面内のひずみを求める．時刻 t_1 と t_2 間の 3 観測点の座標値変化をそれぞれ， (u_1, v_1) ， (u_2, v_2) ， (u_3, v_3) ，3 観測点の時刻 t_2 での

座標値をそれぞれ, (X_1, Y_1) , (X_2, Y_2) , (X_3, Y_3) とすると (Figure 5-23 参照), Terada & Miyabe (1929) により, 三角形領域内でのひずみは以下の式で表される.

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 & X_2 & X_3 \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{pmatrix} \quad \text{Equation 5-10}$$

$$\varepsilon_{xx} = 2a_1 \quad \text{Equation 5-11}$$

$$\varepsilon_{yy} = 2b_1 \quad \text{Equation 5-12}$$

$$\varepsilon_{xy} = a_2 + b_1 \quad \text{Equation 5-13}$$

$$\varepsilon_1 = a_1 + b_2 \pm \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 + b_2^2 + 2(a_2b_1 - a_1b_2)} \quad \text{Equation 5-14}$$

$$\tan \psi_1 = \frac{\varepsilon_1 - 2a_1}{a_2 + b_1} = \frac{a_2 + b_1}{\varepsilon_1 - 2b_2} \quad \text{Equation 5-15}$$

ここで, ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{xy} , ε_1 , ε_2 , ψ_1 , ψ_2 , は順に, x 方向のひずみ, y 方向のひずみ, せん断ひずみ, 最大ひずみ, 最小ひずみ, 最大ひずみ方向, 最小ひずみ方向である. また, 実データ解析においては, 北方向が x 軸正の方向, 東方向が y 軸正の方向となるような座標系を用いる.

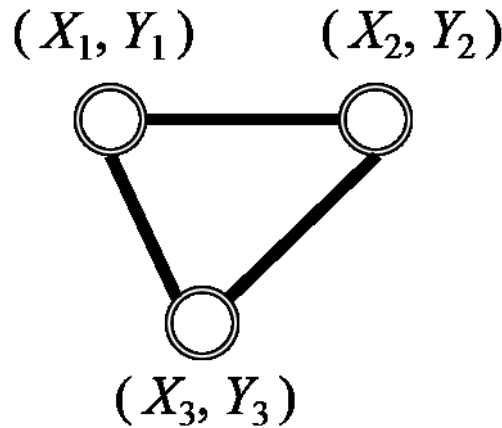


Figure 5-23 Strain in a triangle is calculated using coordinate values at apexes.

上述のように求めた地表面でのひずみ変化から, 地下のひずみ変化を理論的に計算することも行う. 地表面を一定の大きさの正方形グリッドに区切り, その内部での変位を,

GPS 観測より求められた地表面ひずみから計算する。それら、各正方形グリッドを一つの小断層と考え、Okada (1992) に示される理論式を用いて地下のある深さのひずみ分布を計算した。

5.3.3 任意深さでのひずみ（理論式より）

GEONET から得られたひずみは連続観測されているので、任意の日付間のひずみを求めることができる一方、地表面でのひずみを見ているために、地表付近の不均質に強く影響されたり、斜面崩壊・地滑りといった地下の応力変化に関係のない影響が入ったりすることがある。そのため、任意の深さでのひずみ変化を見るために、Okada (1992) で示された理論式を用いて、断層すべりより地下のひずみ分布を求めた。これと Q_c^{-1} 値変化から推定した応力変化値を比べることにより、 Q_c^{-1} 値変化が地下深くの応力変化を示していることを確認する。なお、理論式を用いるには、断層位置、深さ、広がり、食い違い量、すべり角、走向、傾斜角等の各断層パラメータを与えることが必要となるので、適用範囲は断層パラメータや断層すべり分布が求められている主要な地震のみとなる。本研究では、地震波解析により求められ断層すべり分布から理論的なひずみ分布を計算した。尚、理論計算の際には均質媒質を仮定する必要がある。

5.4 2008 年（平成 20 年）岩手・宮城内陸地震

5.4.1 解析概要

2008 年（平成 20 年）岩手・宮城内陸地震は 2008 年 6 月 14 日午前 8 時 43 分頃に発生した地震である。震源は岩手県南西部、気象庁マグニチュード M_j 7.2、モーメントマグニチュード M_w 6.9 を記録した。震源の深さは 8km であった。GEONET 観測点「栗駒 2」では、約 2.1m の隆起と南東への約 1.5m の変動が観測された。この変動は当時、平成 6 年の電子基準点設置以降で最大の変位量であった。この地震の断層運動により、周囲では静的な応力変化が生じているはずであり、地震前後の Q_c^{-1} 値変動からその応力変動を推定することを試みた。また、その結果を比較するために、GEONET 観測網から得られた地表面のひずみ、及び理論式から求められた任意深さでのひずみを計算した。

Figure 5-24 に今回の解析対象地域を示した。

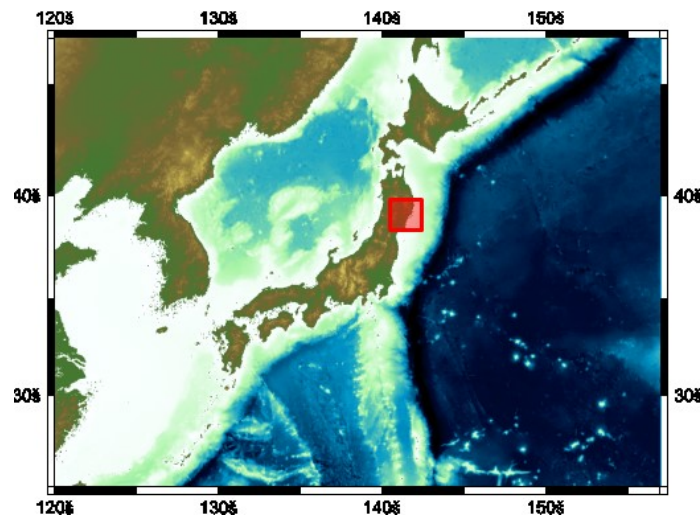


Figure 5-24 Analyzed area for the Iwate-Miyagi Nairiku earthquake in 2008.

以下に観測に用いた地震の詳細を示す.

- 観測期間：2006 年 6 月 – 2010 年 6 月（岩手・宮城内陸地震の前後 2 年間）
- 震央 – 観測点間距離：40km 以内，または 100km 以内
- マグニチュード M_w ：1.5 – 7.0
- 震源深さ：100km 以浅
- 周波数帯：4 – 8Hz

時系列上での Q_c^{-1} 値変化から応力の大きさ変化を見積もる際には，震央 – 観測点間距離を 40km 以内として，観測される地震波は観測点直下から入射すると仮定した．これは，震源と観測点の位置関係が変わることによる，地震波の伝播経路変化が生じないようにするためである．震央 – 観測点間距離を制限することにより，地震波は同じ経路上の応力変化の情報を持つと考えられる．一方，主応力方向を推定する際には，震央 – 観測点間距離を 100km 以内とする．数値計算の結果に依ると，主応力方向と入射波の角度変化に従って Q_c^{-1} 値の変化が生じるので，あらゆる角度から入射する地震波を用いて Q_c^{-1} 値の方向依存性を求めることが必要なので，このように広範囲の地震を用いることとする．

Figure 5-25, Figure 5-26 に示されるのが，解析に用いた地震の震源をプロットした図である．平面図で見ると解析領域全体に震源は分布するが，岩手・宮城内陸地震の震源断層周辺（岩手県南西部）で多くの地震が発生していることが分かる．また，断面図を見ると太平洋プレートと北米プレートの境界面深さと，岩手・宮城内陸地震の震源断層付近の深さに震源が集中していることが分かる．

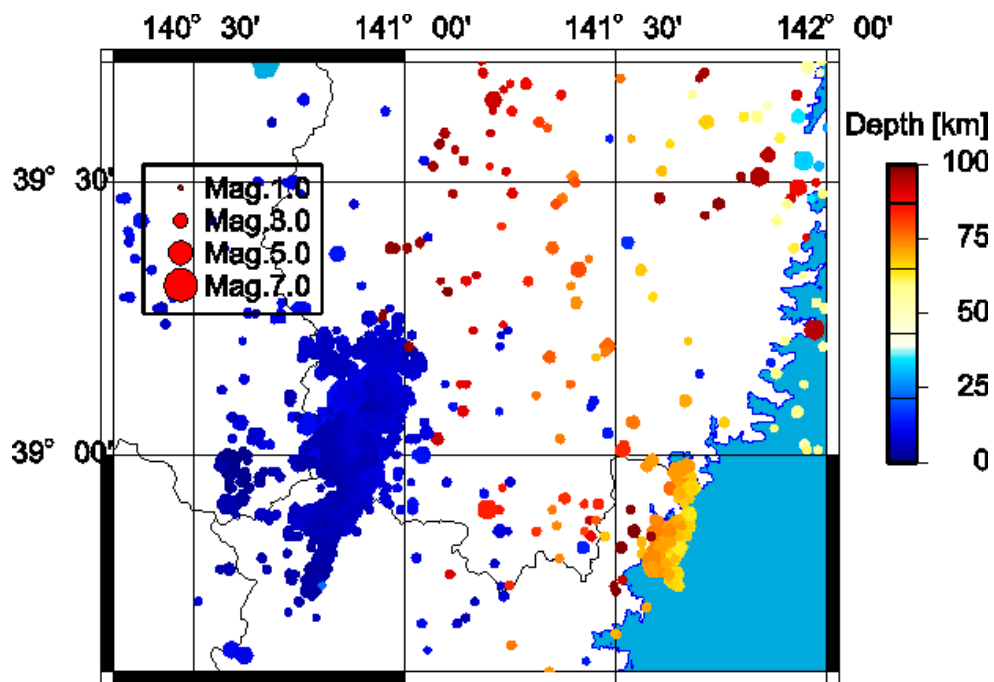


Figure 5-25 Orientation of the analyzed earthquakes. Plane view.

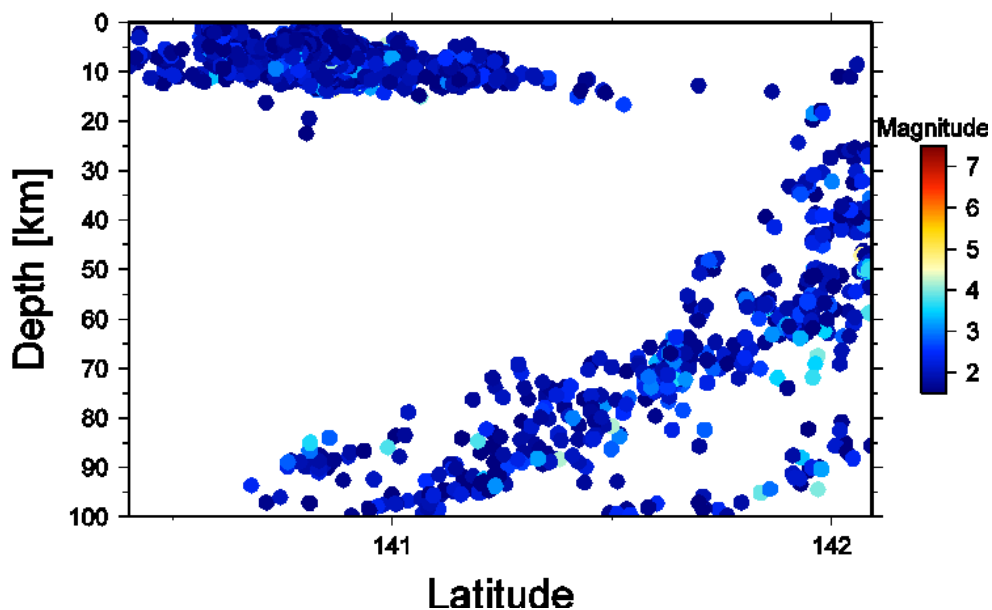


Figure 5-26 Orientation of the analyzed earthquakes. Cross view.

Figure 5-27, Figure 5-28 は、ある一つの震源から地震波が射出され、ある一つの観測点に到達するときに、 Q_c^{-1} 値推定に用いるコーダ時間窓の時間内に地震波が一次散乱する限界の点を描いた図である。簡単のために、地震波の伝播速度は領域内で一定としている。平面図、断面図ともに震源、観測点を二つの焦点とする楕円で描かれることが分かる。この楕円内の領域を散乱波が通過する。

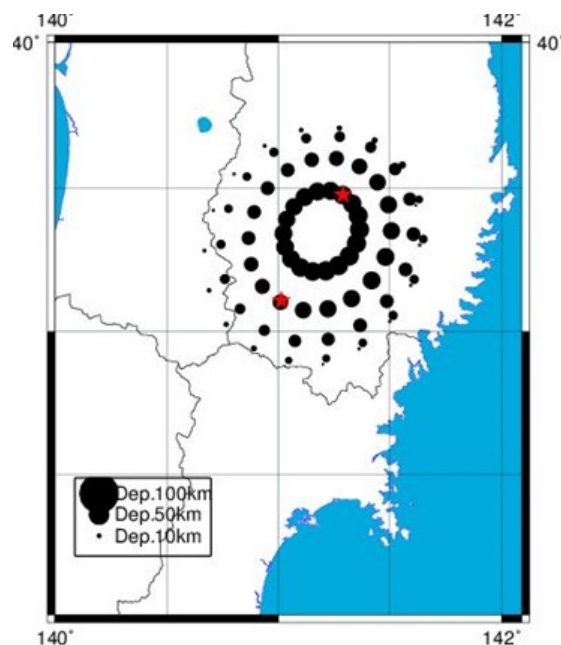


Figure 5-27 Limiting points for single scattering for a given source and station. Plane view.

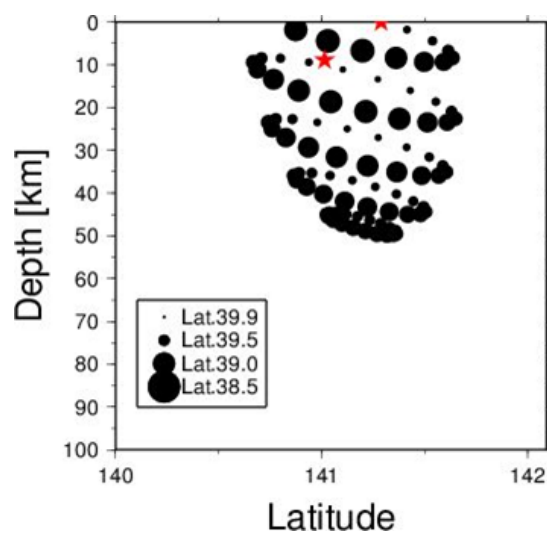


Figure 5-28 Limiting points for single scattering for a given source and station. Cross view.

Figure 5-29, Figure 5-30 が、震源、観測点のペア数を増やして描いたものである。2006年6月から2006年12月の地震のみを用いて、各観測点との一次散乱点の限界点をプロットしている。

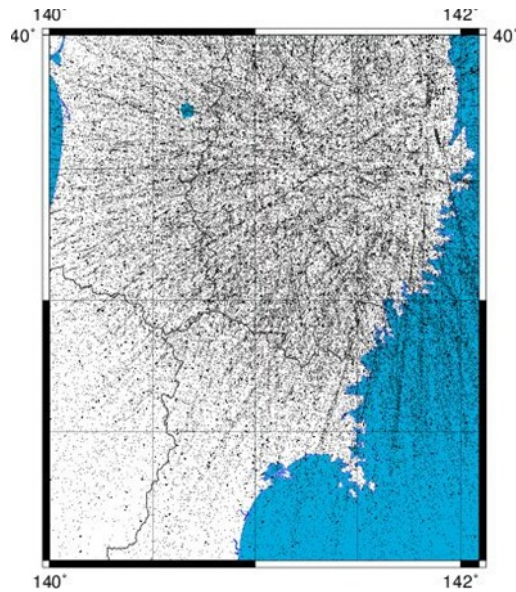


Figure 5-29 Limiting points for single scattering for given sourcees and stations. Plane view.

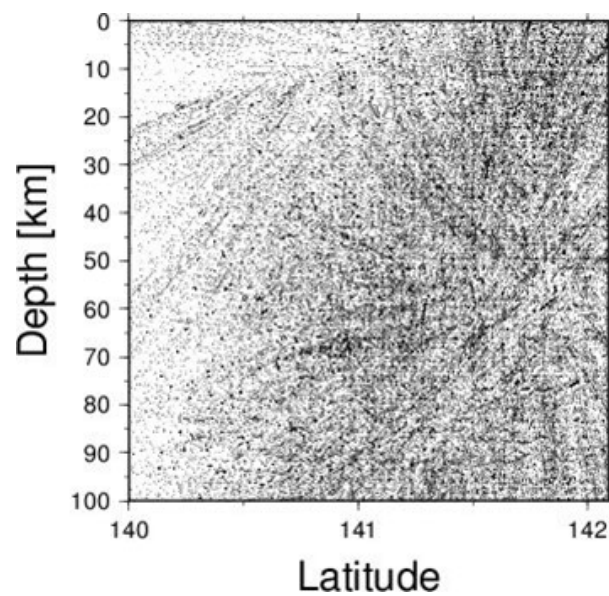


Figure 5-30 Limiting points for single scattering for given sourcees and stations. Cross view.

これらの図より，散乱波は解析領域を平面的にも，断面的にもほぼ隈なく通過していることが分かる．

5.4.2 結果

解析対象地震ごとに Q_c^{-1} 値を求め、時間軸に対してプロットしたものを Figure 5-31 に示す。岩手県一関市に設置されている「N.FSWH」観測点で得られた結果である。横軸の Month は Hi-net のデータ提供開始年である 2002 年の 1 月を原点とした数字であり、78 は岩手・宮城内陸地震の発生した 2008 年 6 月である。その 2008 年 6 月と、前後 1 ヶ月間を除いた期間に発生した地震から求めた Q_c^{-1} 値を解析対象としているので、2006 年 6 月 – 2008 年 4 月の間の Q_c^{-1} 値の平均と、2008 年 8 月 – 2010 年 6 月の間の Q_c^{-1} 値の平均を比較していることとなる。

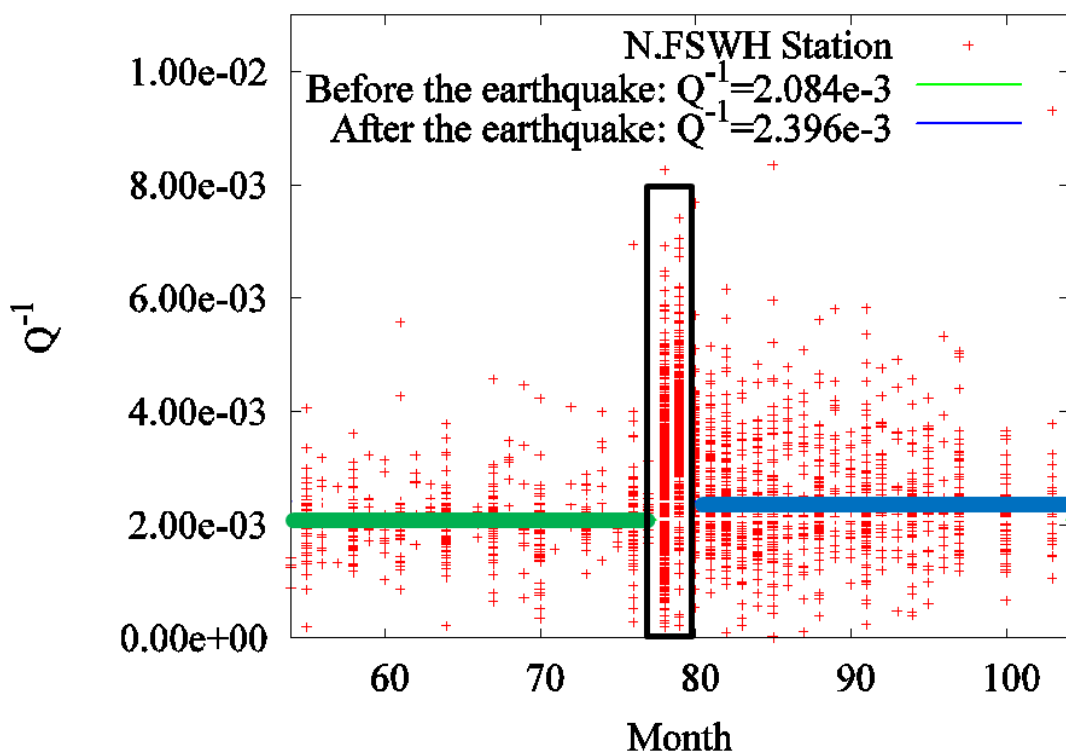


Figure 5-31 Calculated Q_c^{-1} . All Q_c^{-1} are plotted and average Q_c^{-1} before and after the Iwate-Miyagi Nairiku earthquake are estimated respectively.

岩手・宮城内陸地震の前後でそれぞれ Q_c^{-1} 値の平均を取ると、地震前で 2.084×10^{-3} を示していたが、地震後には 2.396×10^{-3} と上昇している。このような処理を他の観測点でも行い、地図上にプロットしたものが Figure 5-32 である。尚、この図にプロットする Q_c^{-1} 値変化を推定する際には、20km より深い位置に震源が存在する地震のみを用いた。数値計算の結果より、 Q_c^{-1} 値が増加している地域は応力が増加していることを示すので、震源近傍で応力が増加していることが示唆される。

一方、Figure 5-33 に示されるのは GEONET による GPS 観測から求められた地表面での平均ひずみ $(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})/2$ である。2008 年 1 月 1 日と 2008 年 8 月 1 日の間でのひずみを求めてプロットしている。赤色の地域は平均ひずみが減少しているので短縮された地域、

青色の地域は平均ひずみが増加しているので伸長されている地域である. Figure 5-34 はその地表面のひずみ分布を, 理論式を用いて地下のひずみ分布に変換したものである. 尚, 15km から 50km までのひずみ分布を推定し, それらの値を 1km ごと足し合わせてある. コンラッド面が 15–25km 近傍, モホ面が 30–40km 近傍にあることから (Nakajima et al., 2002; Katsumata, 2010 など), モホ面上面に位置する下部地殻内の変化を十分評価するために, 15km から 50km までのひずみを積算した. 地表面のひずみから推定された地下のひずみ分布 (Figure 5-34) によると, 震源を含む南北線上で平均ひずみが増加, 減少, 増加となる地域が交互に存在していることが分かる. この傾向は, 地下深部の応力変化を表していると考えられる Q_c^{-1} 値変化 (Figure 5-32) とは異なった傾向であることが分かる. 地表付近の不均質の存在や, 地すべり, 斜面崩壊といった応力変化以外の要因により, 地表面のひずみは地下の応力変化から異なった分布を持つと考えられる.

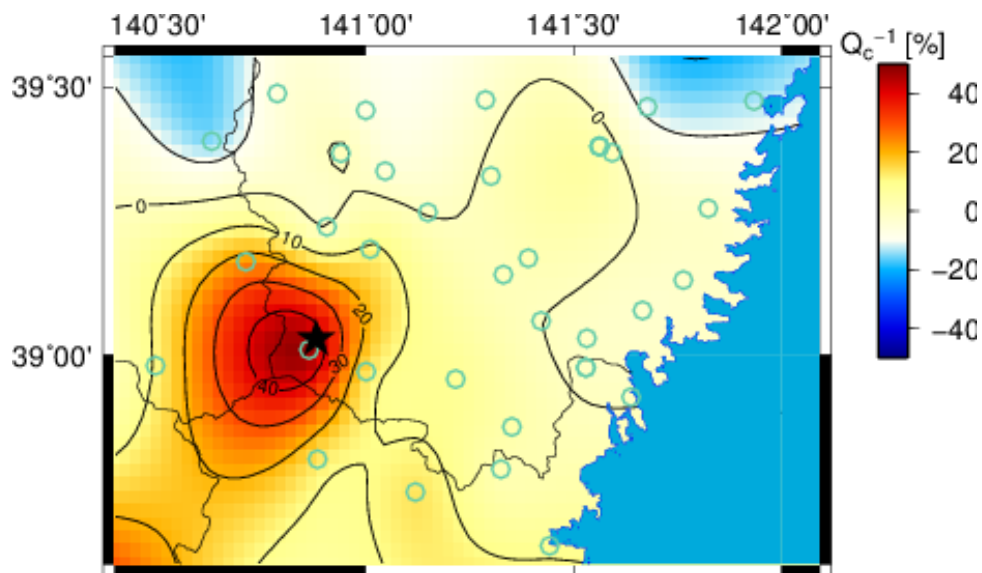


Figure 5-32 Variation in Q_c^{-1} (calculated using earthquakes locating deeper than 20km) before and after the Iwate-Miyagi Nairiku earthquake. The star shows epicenter and the circles show Hi-net stations.

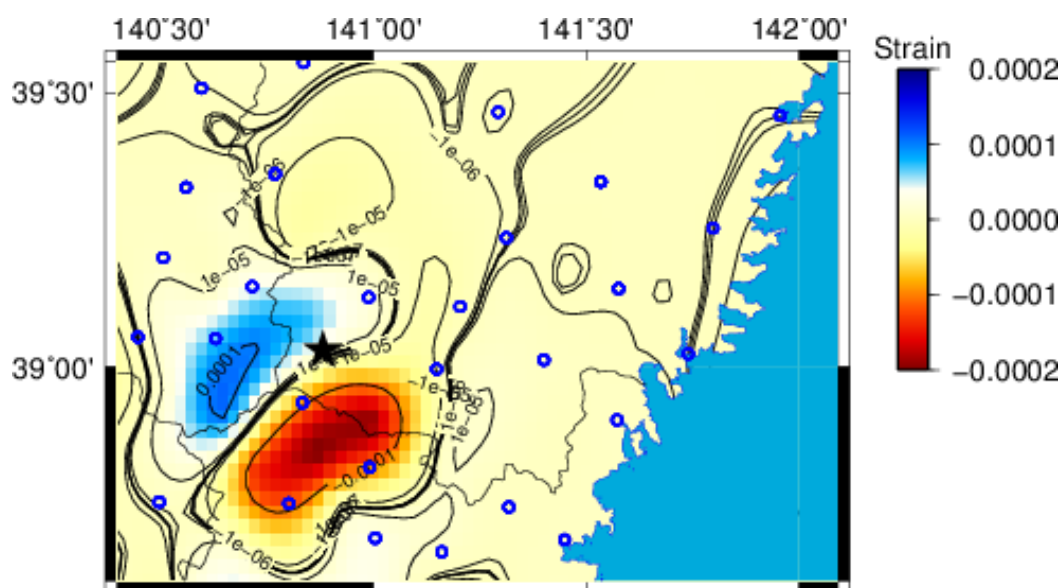


Figure 5-33 Strain on the surface due to the Iwate-Miyagi Nairiku earthquake. The star shows epicenter and the circles show GEONET stations.

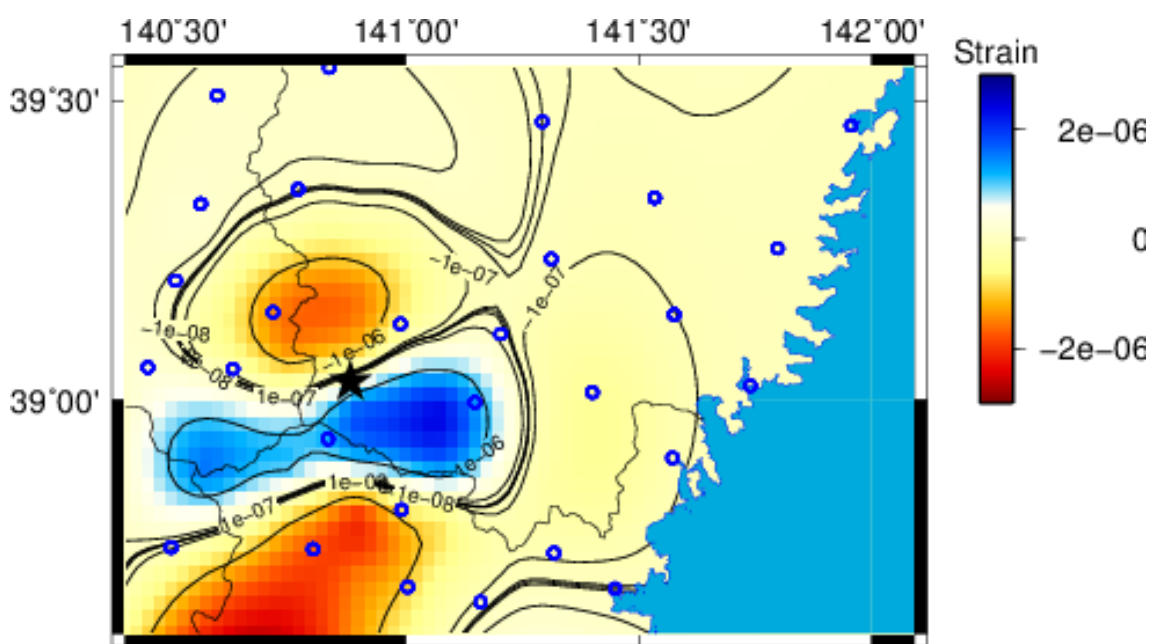
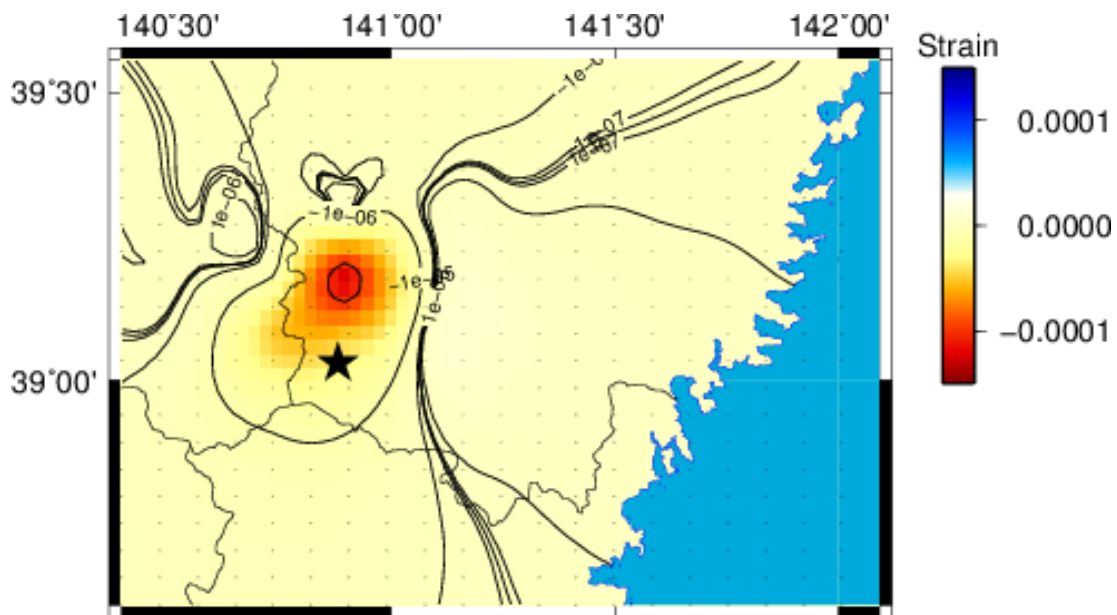


Figure 5-34 Strain for depths from 15 to 50km calculated by the strain on the surface observed by GPS measurement due to the Iwate-Miyagi Nairiku earthquake. The star shows epicenter and the circles show GEONET stations.

次に、遠地実体波を用いて解析された岩手宮城内陸地震の断層すべり（東京大学地震研究所, 2008）から理論式により計算されたひずみ変化と Q_c^{-1} 値変化を比較してみる。断層すべりから求めた理論ひずみの結果 (Figure 5-35) は、震源近傍で圧縮される傾向

を示しており、 Q_c^{-1} 値変化から求めた結果 (Figure 5-32) と調和的であることが分かる。ここでは、深さ 15km から 50km の理論平均ひずみ $(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz})/3$ を 1km 間隔で足し合わせた値をプロットしている。理論ひずみは、地表面付近の不均質に影響されず、地下 15km 以深の影響を反映していると考えられえるので、20km 以深の地震のみを用いて求められた Q_c^{-1} 値と似た傾向を示したと考えられる。Figure 5-36 に示されるのが、 Q_c^{-1} 値変化を Equation 5-9 に示される応力の大きさ変化との関係式によって、応力の大きさ変化に変換したものである。Figure 5-37 は理論ひずみから求まる地下の応力変化、Figure 5-38 は GPS 観測により地表面でのひずみより求められる地下の応力変化である。この地域の地下 25km の弾性波速度 (Matsubara & Obara, 2011) からヤング率を求め、それと掛け合わせることで、推定された地下のひずみから応力変化を求めた。Figure 5-36、Figure 5-37 の両者を見ると、震央付近で 1.0MPa 程度の応力変化 (Q_c^{-1} 値変化からは、1.2MPa、断層すべりから理論的に計算した値からは 1.5MPa) が見られ、円状に圧縮地域が広がっている。一方、Figure 5-36 と Figure 5-38 を比べると、GPS 観測から求めた応力の大きさ変化は Q_c^{-1} 値変化から求めた応力の大きさ変化に比べて一桁程度小さいことが分かる。更に、GPS 観測から求めた応力変化からは震源近傍に存在した圧縮地域が北部に移動し、震源の南部では伸張される領域が見られるようになった。

このように、 Q_c^{-1} 値は断層すべりから理論的に求められた地下の応力変化と一致した傾向を示し、地下深くの応力変化を反映していることが分かる。一方、GPS から求められる地下の応力変化は、地表面近傍に存在する不均質の影響などを受けることで、実際の応力変化と異なった分布を持つ可能性があることが分かる。「 Q_c^{-1} 値は、地下深部の応力変化を反映している」という仮説が実データでも支持された。



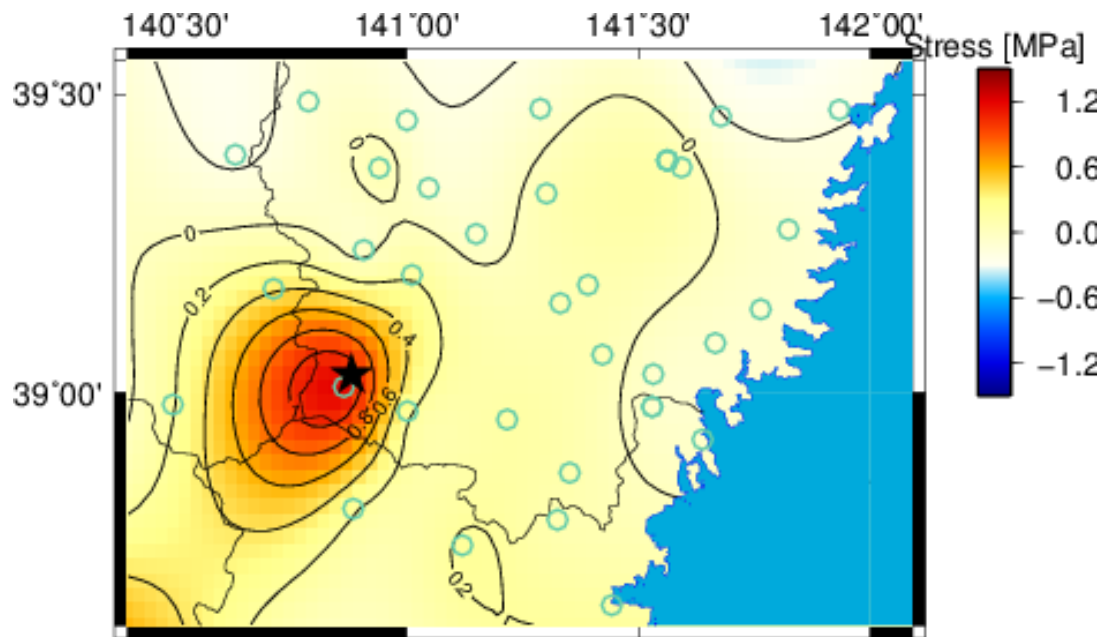


Figure 5-36 Estimated stress change from Q_c^{-1} (calculated using earthquakes locating deeper than 20km) before and after the Iwate-Miyagi Nairiku earthquake. The star shows epicenter and the circles show Hi-net stations.

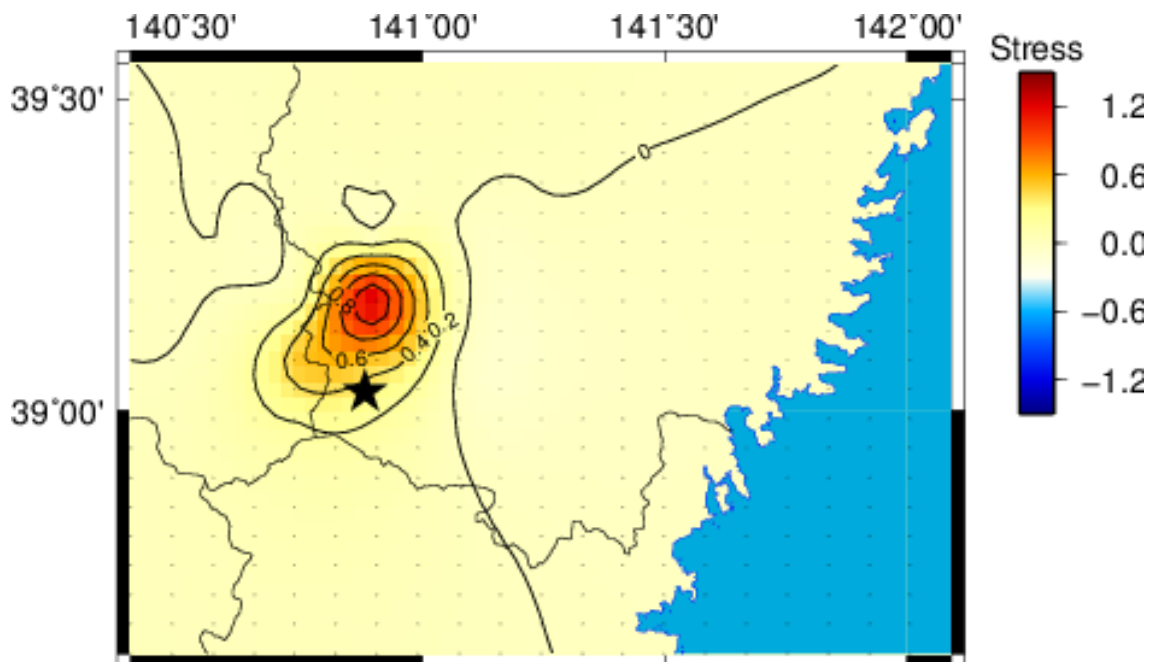


Figure 5-37 Estimated stress change by the theoretical strain calculated from the dislocation model. The star shows epicenter.

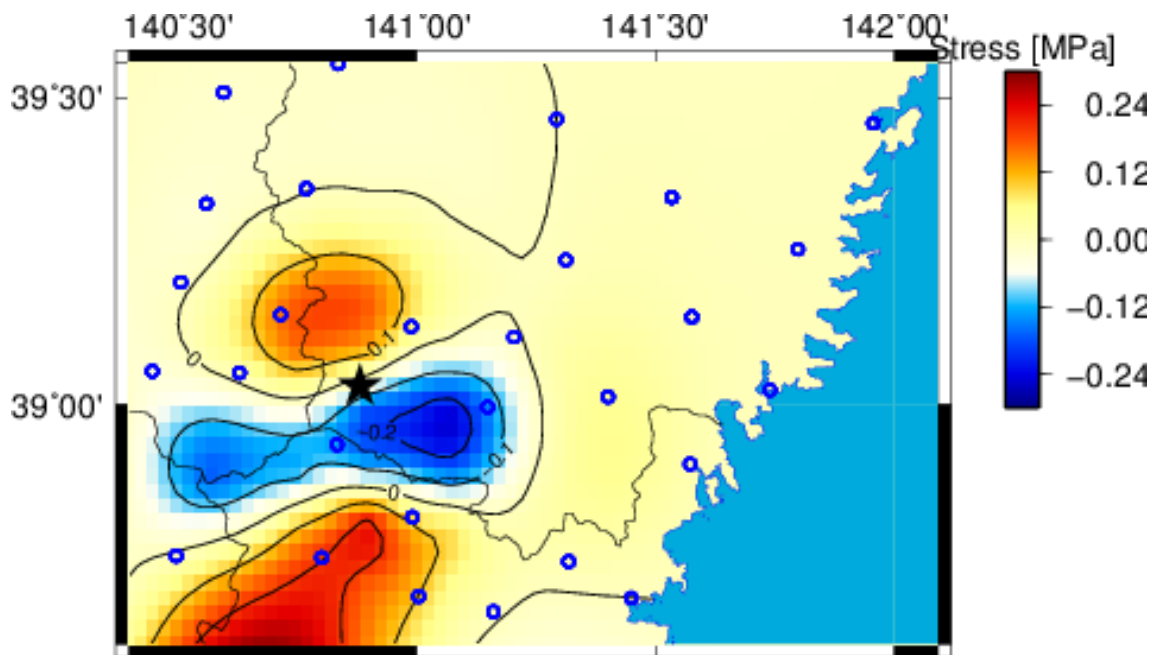


Figure 5-38 Estimated stress change (15 – 50km depth) from the surface strain observed by GPS measurement due to the Iwate-Miyagi Nairiku earthquake. The star shows epicenter and the circles show GEONET stations.

以上のように、GPS 観測から求めた地下の応力変化は、地表面の不均質や地すべり、斜面崩壊など応力変化以外の要因により正確でない可能性がある一方、 Q_c^{-1} 値変化から求めた応力変化は、地下の応力変化と似た分布、大きさを持つことが分かった。このことにより、 Q_c^{-1} 値変化は地表面の不均質に影響されずに地下深くの応力変化状態を示すことができた。

次に岩手・宮城内陸地震後の空間的な主応力方向の分布を Q_c^{-1} 値から推定することを行った。各観測点を中心に角度 30 度ごとに Q_c^{-1} 値計算に用いる地震を区切り、 Q_c^{-1} 値が最大となる方向を求めた。尚、2008 年 8 月 – 2009 年 8 月の一年間の Q_c^{-1} 値の平均値を用いている。この時、観測点と震央の距離が 100km 以内、震源深さが 20km 以浅のものを用いている。観測点、震央距離を 100km 以内にしたのは、様々な入射角を持つ地震を用いるためであり、震源深さを 20km 以浅にしたのは、真下から地震動が入射することにより入射角が小さくなる深い位置にある地震を解析対象から取り除くためである。 Q_c^{-1} 値から求めた主応力方向と比較するために、Equation 5-15 を用いて GPS から観測されたひずみから主応力方向の最大値を求めた。2008 年 8 月と 2009 年 8 月の座標値を用いてひずみを求めている。深い位置にある地震は用いないため、GPS からひずみ計算を行うのみとし、断層すべりから求まる理論ひずみの計算は行わない。

Figure 5-39, Figure 5-40 が GPS より推定した主応力方向（主ひずみ方向）と Q_c^{-1} 値より推定した主応力方向（ Q_c^{-1} 値の最大方向）である。Figure 5-39 は GPS より推定した主

ひずみ方向と Q_c^{-1} 値の最大値方向を矢印で示し、Figure 5-40 には両者の角度差を示している。

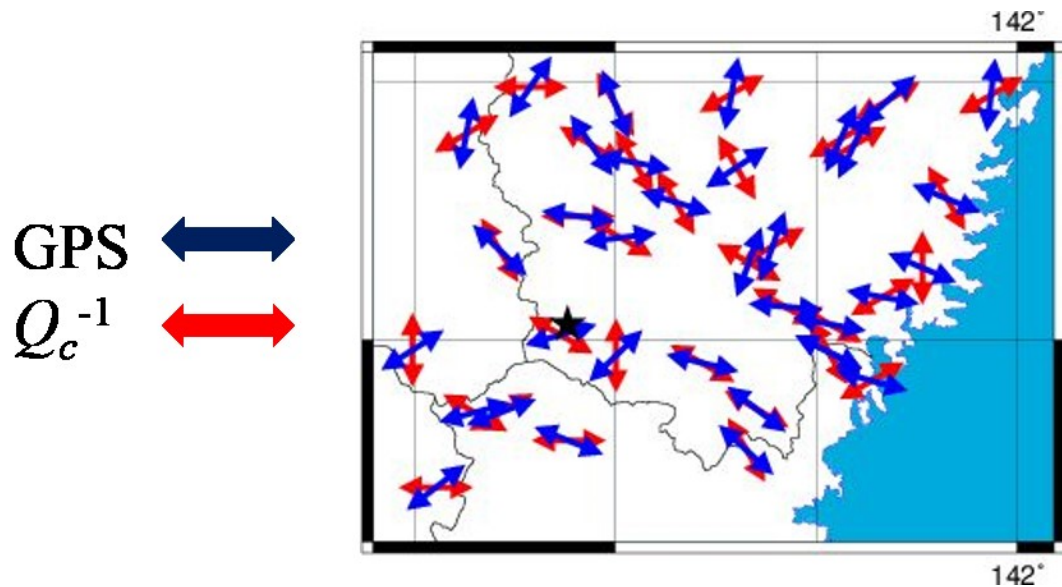


Figure 5-39 The angle of the maximum Q_c^{-1} and the principal strain calculated from GPS observation. The star shows the epicenter.

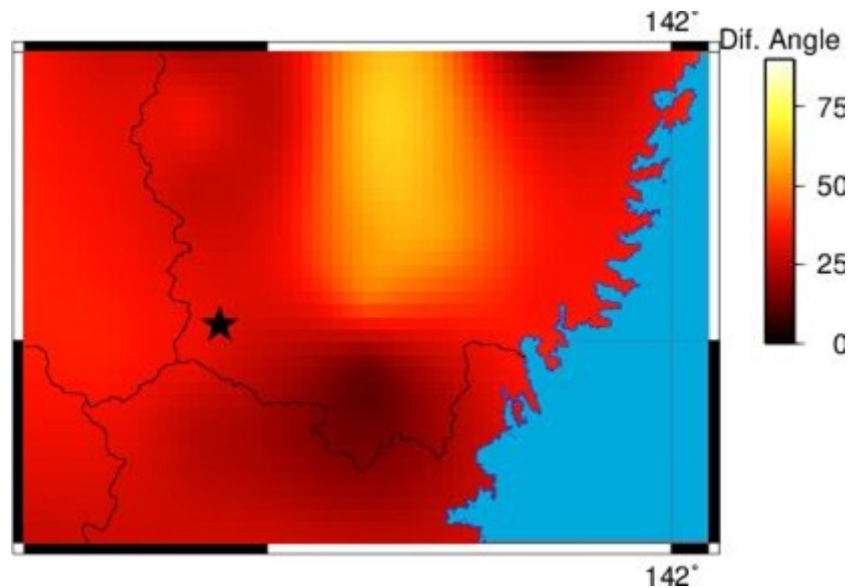


Figure 5-40 The angle between the maximum Q_c^{-1} and the principal strain calculated from GPS observation. The star shows the epicenter.

以上の結果より、浅めの地震が集中している岩手・宮城県内陸地震の震源断層周辺（Figure 5-25 参照）では両者の角度差が概ね 25 度以内に収まっており、 Q_c^{-1} 値の最大方向が GPS より求めた主ひずみ方向と系統的な差異はあるが一致していることが分かる。

このことは、 Q_c^{-1} 値から主応力方向を推定できる可能性をあることを示している。しかし、岩手・宮城県内陸地震の震源の北東側では両者の角度差が 60 度以上となっている地域がある。これは、解析に用いる 20km 以浅に震源を持つ地震が少ないこと、存在しても岩手・宮城県内陸地震の震源断層方向に限られることによる。 Q_c^{-1} 値の最大値を決定するにも地震数が少なく、方位が偏ったと考えられる。

5.5 2004 年（平成 16 年）新潟県中越地震

5.5.1 解析概要

2004 年（平成 16 年）新潟県中越地震は 2004 年 10 月 23 日 17 時 56 分頃に発生した地震である。ユーラシアプレート内部で生じた地震で、震源は新潟県中越地方の深さ 13km、大きさは気象庁マグニチュード M_j 6.8、モーメントマグニチュード M_w 6.6 であった。震源メカニズムは北西 - 南東圧縮の逆断層型である。新潟県川口町では最大震度 7、小千谷市、山古志村、小国町で震度 6 強を観測した。また、同日 18 時 34 分頃に M_j 6.5、 M_w 6.4 の最大余震が発生し、新潟県十日町市、川口町、小国町で震度 6 強を観測した。本地震及び余震が発生した地域は、ユーラシアプレートと北米プレートが衝突し、新潟-神戸歪集中帯を形成しており、複雑な応力場が生じている。Figure 5-41 に、地下 800m における S 波速度（藤本 & 翠川, 2003; 藤本 & 翠川, 2006）を表示した。新潟県中越地震の震央を含み、北東 - 南西方向に延びる低速度帯が確認できる。この低速度帯に沿って、ひずみが集中する地域があることが分かる。

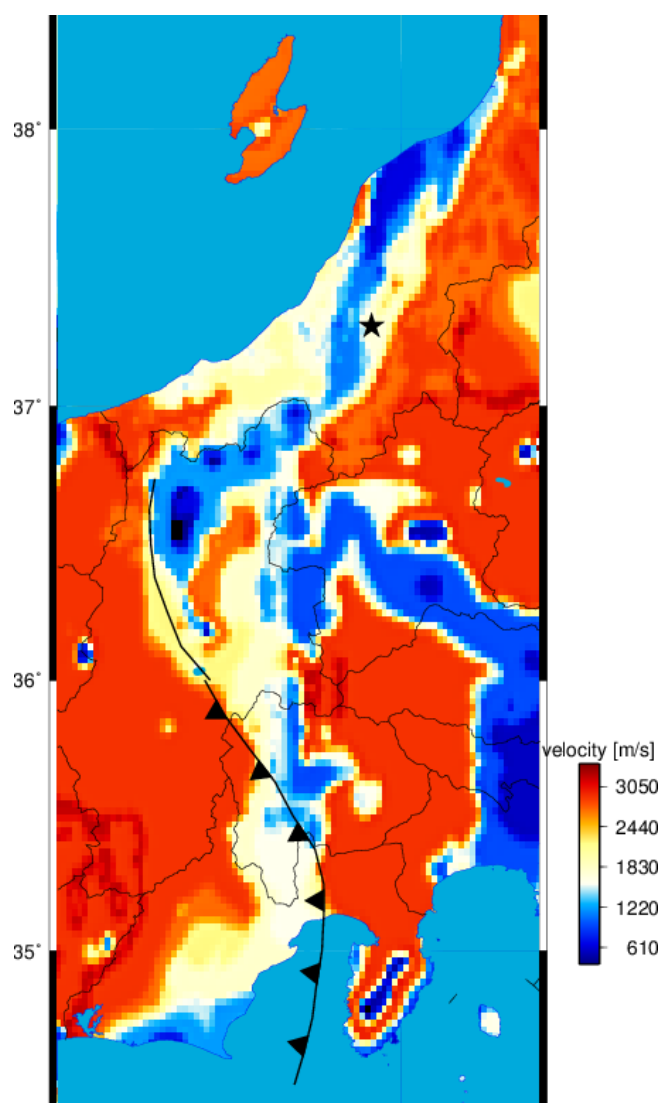


Figure 5-41 S-wave velocity at 800m depth.

これらの地震の断層運動により生じた応力変化を地震前後の Q_c^{-1} 値変動から推定することを試みた．解析対象は本震の 2004 年（平成 16 年）新潟県中越地震及び、その余震の前後である．解析領域を Figure 5-42 に示す．本解析領域は Figure 5-41 に示されるように、低速度、中速度、高速度地下媒質が帯状に連なっており、5.2 にて数値計算で示されたように、地表面のひずみは複雑な分布を取ることが予想される．以下が観測に用いた地震の詳細である．

- 観測期間：2002 年 10 月 – 2006 年 10 月（新潟県中越地震の前後 2 年間）
- 震央 – 観測点間距離：40km 以内、または 100km 以内
- マグニチュード M_w ：1.5 – 7.0
- 震源深さ：100km 以浅

- 周波数帯：4 – 8Hz

Figure 5-43, Figure 5-44 に解析に用いた地震の平面図，断面図を示す．平面図から解析領域全体に震源が万遍なく分布していることが分かる．断面図より，30km 以浅に震源が集中していることが分かる．

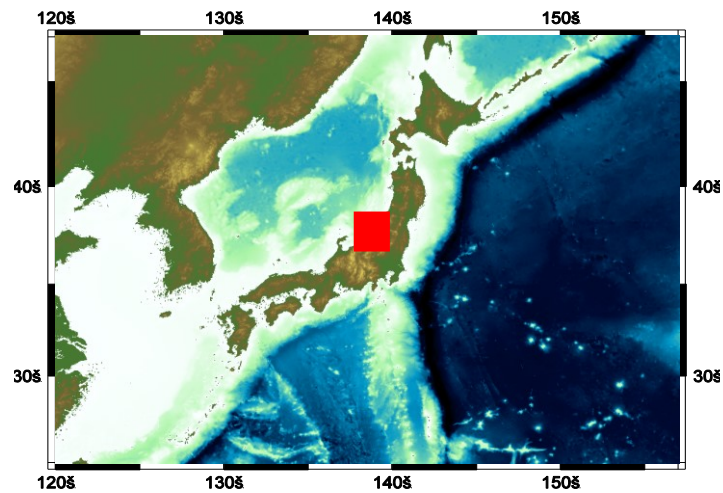


Figure 5-42 Analyzed area for the mid Niigata prefectural earthquake in 2004.

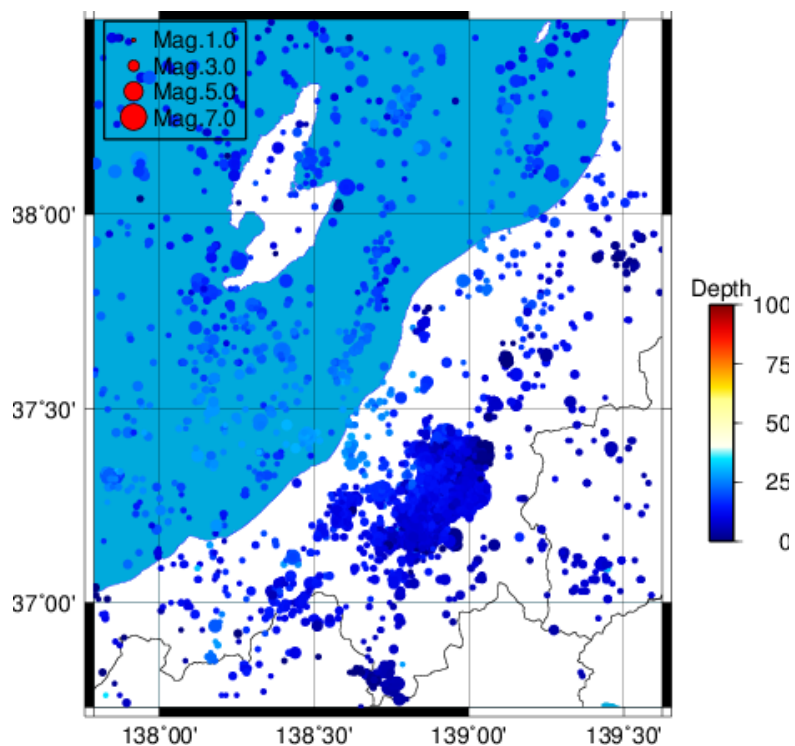


Figure 5-43 Orientation of the analyzed earthquakes. Plane view.

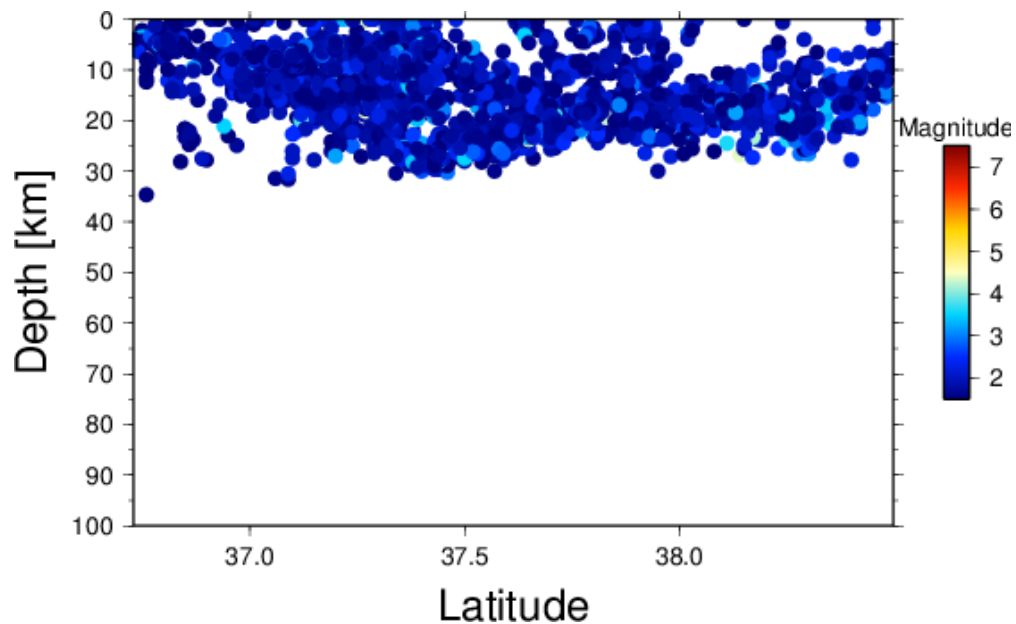


Figure 5-44 Orientation of the analyzed earthquakes. Cross view.

応力の大きさ変化を Q_c^{-1} 値から推定するときは、観測点、震央距離間が 40km 以内の地震を解析に用い観測点直下から伝播してきた地震波動を用いることとした。一方、主応力方向を推定する際には、観測点、震央距離間が 100km 以内のものを用い、広範囲から入射する地震動より Q_c^{-1} 値の方向依存性を計算した。

5.5.2 結果

Figure 5-45 は、2004 年 10 月 1 日と 2004 年 12 月 1 日の座標値を用いて求めた地表面の平均ひずみから求めた地下 20km から 50km のひずみに対して、当該地域の弾性波速度から計算したヤング率を掛け合わせて応力変化に変換した図である。震央を含む領域周辺では断層運動により圧縮された地域（赤色）が広がることが分かる。この圧縮地域の南東には伸長（青色）された地域が出現している。一方、Figure 5-46 は Hikima (2005) により求められた断層すべりを参考に理論式より求めた新潟県中越地震及び、その最大余震による応力変化である。地下 20km から 50km 内の理論ひずみを 1km ごと積算することにより求めた応力変化である。地下 20km は当該地域の地震基盤面（安定した岩盤を有し、地震動の変化が生じにくい）の上面付近に対応している。また、モホ面が 30–40km 近傍にあることから (Zhao et al., 1990; Katsumata, 2010 など)、モホ面上面に位置する地殻内の変化を十分評価するために、50km までの理論ひずみを積算している。理論式より求められる理論ひずみに対して弾性波速度から求めたヤング率をかけあわせることで応力変化を求めた。断層すべりから理論式により求まる地下深くの応力変化は、震源近傍で圧縮地域が広がるのみであることが分かる。Figure 5-45 に見られる様な、応力の

減少地域は見られない。また、応力の上昇する地域の分布、大きさの変化も異なることが分かる。一方、Figure 5-47 は Q_c^{-1} 値より推定された新潟県中越地震に伴う応力変化である。2002 年 10 月 – 2004 年 8 月の間の Q_c^{-1} 値の平均と、2004 年 12 月 – 2006 年 10 月の間の Q_c^{-1} 値の平均の比を用いている。 Q_c^{-1} 値から応力変化を推定する際には、Equation 5-9 を用いている。震央近傍に圧縮領域（赤色）が広がっており、それ以外の地域では伸長領域（青色）が広がっている。震源の大きさが M_w 6.6 であることを考えると、解析領域全体に広がる応力の減少（青色）が新潟県中越地震により引き起こされたものとは考えにくい。一つの原因として、新潟県中越地震後に震源近傍を除く地域で解析に用いることができる地震数が減少したことが考えられる (Figure 5-48)。つまり、震源近傍以外では、新潟県中越地震後に解析に用いる地震数が正確な Q_c^{-1} 値を推定するために十分な数ではなかった可能性があると考えられる。一方で、震源近傍には新潟県中越地震前後を通して十分な数の解析に用いる地震が存在しており、確度の高い Q_c^{-1} 値変化が推定されていると考える。 Q_c^{-1} 値は地下から伝播してくる地震動を用いていること、更にそれらの地震動が観測点に届くまでの間に、一次散乱により地下 100km 程度までの情報を含んでいることを考えると、5.4 の結果と同様に、 Q_c^{-1} 値は地下深くの応力変化を反映していると考えることができる。前述のように、理論式より計算された地下 20 – 50km の応力変化 (Figure 5-46) の傾向が、 Q_c^{-1} 値より推定された応力変化 (Figure 5-47) と似た傾向を示すことは、 Q_c^{-1} 値が地下深くの応力変化を反映していることを支持する。

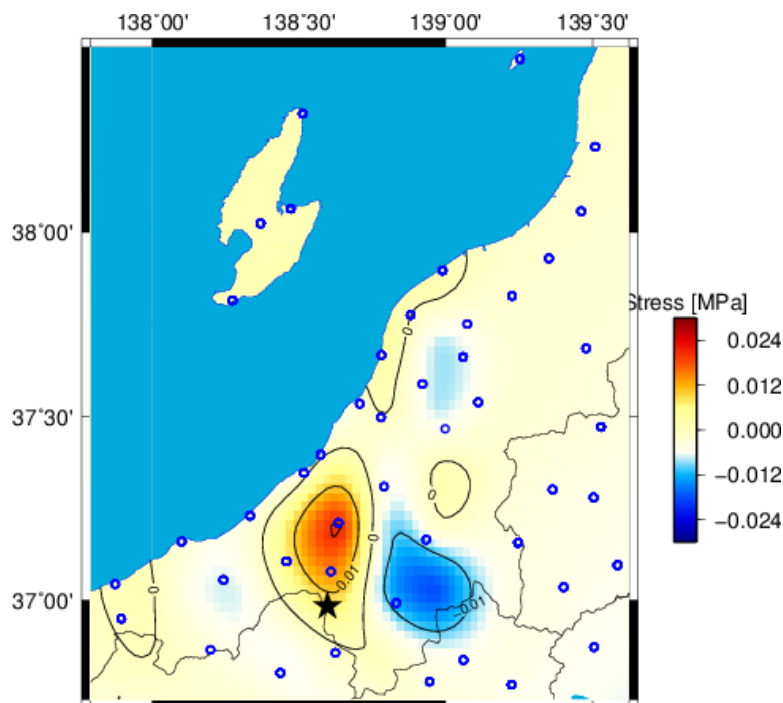


Figure 5-45 Estimated stress change (20 – 50km depth) from the surface strain observed by GPS measurement due to the mid Niigata prefecture earthquake. The star shows epicenter and the circles show GEONET stations.

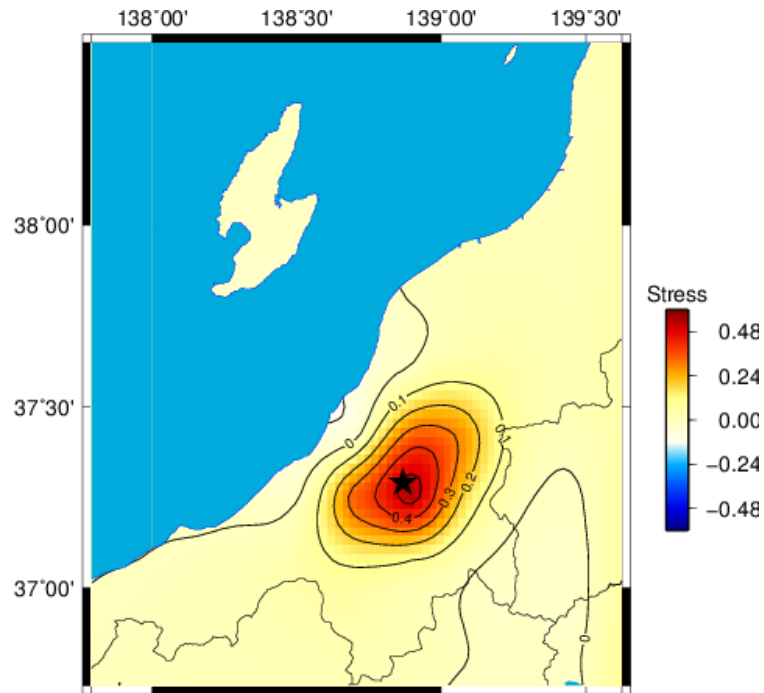


Figure 5-46 Estimated stress change (summed up from 20 to 50km) from the theoretical strain calculated from the dislocation model. The star shows epicenter.

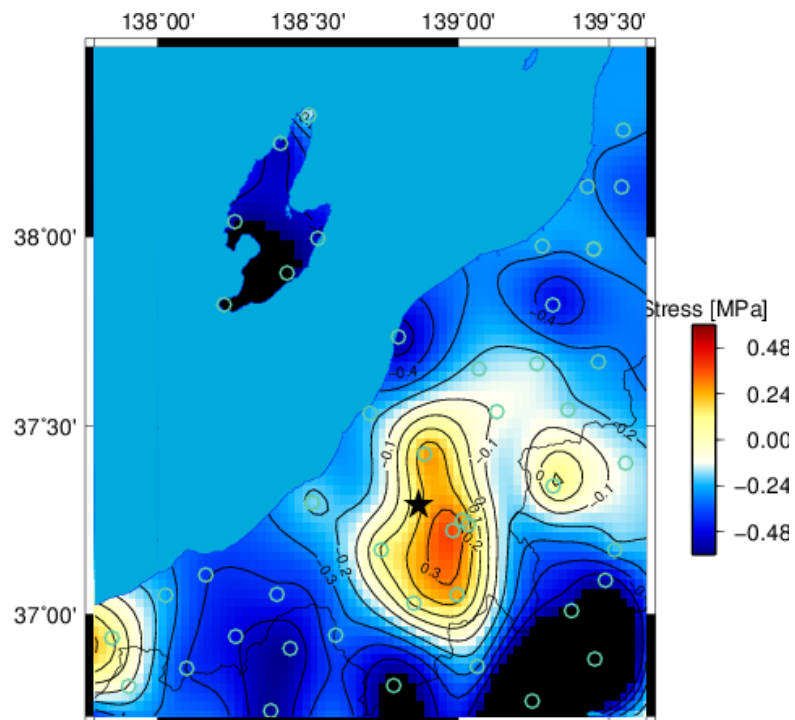


Figure 5-47 Estimated stress change from Q_c^{-1} before and after the mid Niigata prefecture earthquake. The star shows epicenter and the circles show Hi-net stations.

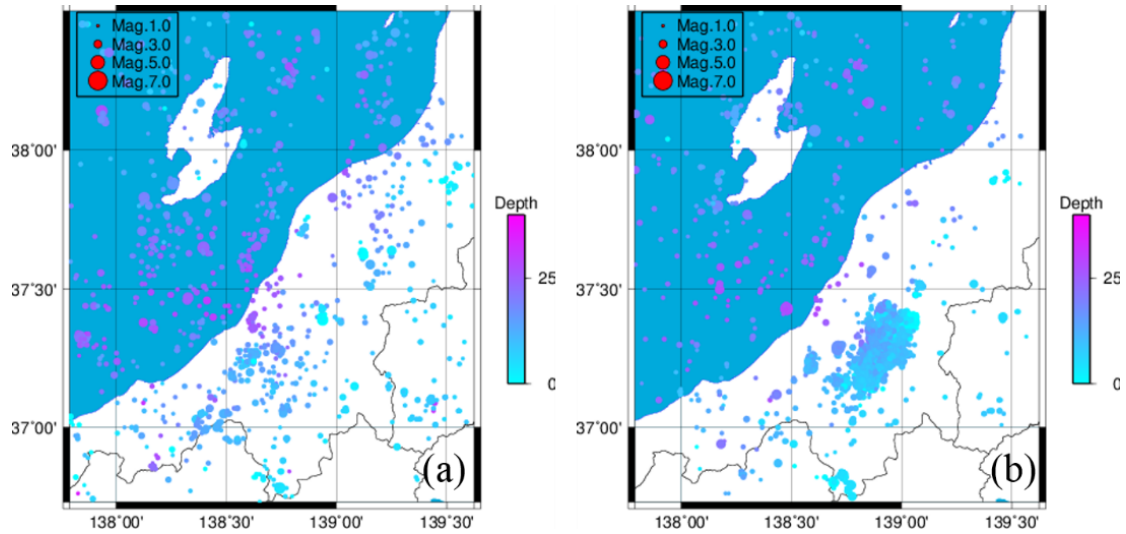


Figure 5-48 Distribution of the analyzed earthquakes (a) before and (b) after the mid Niigata prefecture earthquake.

次に 5.4 と同様に、解析に用いる地震を、観測点を中心に 30° ずつに区切り Q_c^{-1} 値の最大方向を求めた。この際、観測点と震央間の距離は 100km 以内と、比較的長くすることで、地震動がある入射角を持って観測点へ伝播している状況を考えた。新潟県中越地震後の一年間（2004 年 10 月 – 2005 年 10 月）の地震を解析対象とした。数値計算の結果に依ると、入射波の方向と最大圧縮応力方向が一致したときに、 Q_c^{-1} 値が最大値を取る。 Q_c^{-1} 値より求められる結果と比較するために、GPS 観測より求めた最大ひずみの方向を計算した。その結果が Figure 5-49 である。赤色の矢印方向が、 Q_c^{-1} 値が最大値を取る方向、青色の矢印方向が GPS より求めた最大ひずみの方向を示している。Figure 5-50 に両者の角度差をコンターで表示した。震源近傍で Q_c^{-1} 値の最大方向と GPS より求めた最大ひずみ方向の角度差が小さいことが分かる。これは、震源近傍で多くの余震が発生したことで、地震より求められる Q_c^{-1} 値の最大値方向が精度よく求まっているためと考えられる。

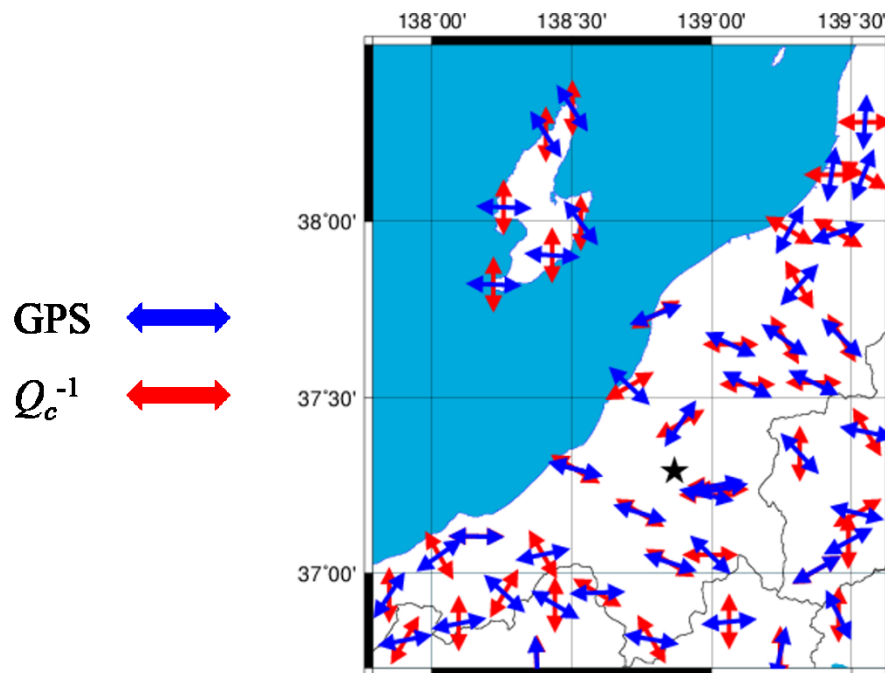


Figure 5-49 The angle of the maximum Q_c^{-1} and the principal strain calculated from GPS observation. The star shows the epicenter.

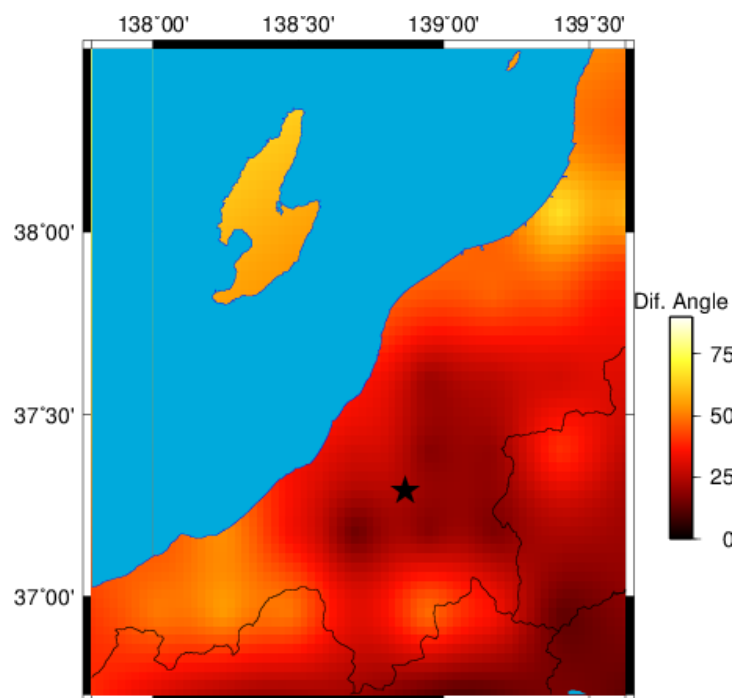


Figure 5-50 The angle between the maximum Q_c^{-1} and the principal strain calculated from GPS observation. The star shows the epicenter.

5.6 議論

Q_c^{-1} 値より、2008 年（平成 20 年）岩手・宮城内陸地震、2004 年（平成 16 年）新潟県中越地震後に震源近傍で応力の大きさが上昇することが推定された。更に、 Q_c^{-1} 値より推定された応力変化は地下深く（延性領域内を想定）の応力変化を指し示すことが示唆された。この結果は、Aki (2004) が指摘した、「 Q_c^{-1} 値は延性領域内でのクラック密度変化と関係性を持つ」という説、Sugaya et al. (2009) が 1995 年兵庫県南部地震前後の解析より推測した、「 Q_c^{-1} 値は下部地殻内のクラック変化と関係を持つ」という結果と調和的である。同時に Aki (2004) は、上部地殻（脆性領域）内での破壊発生の不確定性を指摘している。この不確定性が応力変化に対して決定論的に振る舞う下部地殻（延性領域）内での変化を覆い隠すという仮説を立てた。

今まで、5.2 で示したように、ひずみ集中帯のような地表付近の不均質の存在や、地表付近の応力変化以外の原因による地表変動によって、GPS 観測から求まるような地表面変動からは地下深くの応力変化を正確に求めることができなかった。このことにより、Aki (2004) の提唱した仮説を実データにより検証することは難題であった。しかし、 Q_c^{-1} 値を用いて地震発生後の下部地殻内での応力変化観測が可能となったことで、Aki (2004) の仮説を、実データを用いて議論することが可能となった。

本研究で示された地震発生後の下部地殻での応力上昇は、Iio et al. (2004) が数値実験により指摘した、内陸地震発生後の下部地殻での応力上昇を裏付けている。数値実験結果と調和的な下部地殻の応力上昇は、Aki (2004) が指摘したように、応力変化に対して複雑な挙動を示す上部地殻に対して、下部地殻が応力変化に対して決定論的に振る舞うことを支持している。この地震発生後の応力上昇という観測結果は、GPS 観測のような地表面変動から応力を推定する手法では、上部地殻（脆性領域）内での不均質の存在により観測が難しかったことである。

また、Iio et al. (2004) は内陸地震発生後の下部地殻での応力上昇を始めとする、内陸地震のプロセスを次のように説明している。1) 上部地殻内での断層すべりにより、上部地殻内での応力が緩和する。2) その緩和分を下部地殻が受け持つことで下部地殻内の応力が上昇する。3) この下部地殻で上昇した応力が、次第に上部地殻により支えられる状態へ移行することで、内陸地震発生によって緩和していた上部地殻内の震源断層での応力集中を引き起こす。4) 応力集中が断層強度を超えた時点で次の内陸地震を発生させる。内陸地震発生直前には、地殻に載荷される応力は上部地殻のみで支えられている状態であり、下部地殻内の応力は緩和していると考えられる。その下部地殻内での応力緩和状態を Q_c^{-1} 値により観測することができれば、地震の発生を予測することにつながると考えられる。 Q_c^{-1} 値で地下深くの応力変化を推定することで、Aki (2004) が指摘した上部地殻（脆性領域）内での破壊予測の困難性や、地表付近に不均質がある場合

などの GPS 観測による応力推定の限界といった問題点を解決することができる。

5.7 結言

本章では、まず初めに均質な地殻モデルを用いた数値計算によって地殻応力変化と Q_c^{-1} 値変化の関係性を見出した。その結果応力の大きさが大きくなるに従って Q_c^{-1} 値も上昇することが分かった。第 4 章で求められた主応力方向と Q_c^{-1} 値に関する知見、「主応力方向と入射波方向が一致した時、 Q_c^{-1} 値は最大値となる」と合わせて、実データへの適用可能性について考えた。

また、不均質な地殻モデルを用いて、「 Q_c^{-1} 値は地下から伝播してくる地震波より求められるため、地下深部の応力変化を反映する一方、地表面のひずみは不均質構造に影響されるため地下の応力変化を正確に反映できない場合がある」との仮説の検証を行い、正しいことが示された。

以上の知見を 2008 年（平成 20 年）岩手・宮城内陸地震、2004 年（平成 16 年）新潟県中越地震に適用した。その結果、両地震の前後ともに、 Q_c^{-1} 値変化から推定した応力変化は断層すべりモデルから理論計算により得られた応力変化と調和的な結果を示すことが分かった。一方、GPS 観測により求められた地表面の変動から求められた地下の応力変化は Q_c^{-1} 値変化、断層モデルから求められた応力変化と分布、大きさともに異なる傾向を示すことが分かった。これより、地表付近の不均質の影響を受けずに、 Q_c^{-1} 値変化が地下深部の応力変化を反映しているという仮説が支持された。また、 Q_c^{-1} 値の最大値方向は空間的な最大圧縮応力方向を示すが、空間的な Q_c^{-1} 値変化の最大値方向を推定するに十分な広がりを持った地震が発生している必要があることが分かった。

また Q_c^{-1} 値変化から推定された地下深部の応力変化（岩手・宮城内陸地震：Figure 5-36, 新潟県中越地震：Figure 5-47）は、地震後の地下深くでの応力の上昇を指し示している。Iio et al. (2004) は地殻の端では応力境界条件が適用できるので、内陸地震により上部地殻に発生した応力集中が解放された際、その応力解放に伴って下部地殻で応力集中が発生することを指摘した。本研究では、内陸地震後に発生する下部地殻内での応力集中が Q_c^{-1} 値変化により観測し得ることが分かる。このことは、内陸地震の発生プロセス解明の一助になると考えられる。

尚、 Q_c^{-1} 値変化から応力変化を推定する際には、地震観測点の数密度が重要になってくることが考えられる。例えば、現在、Hi-net 観測点は約 20km 間隔で整備される計画であるが、この間隔では 20km 程度の断層の広がりを持つ M_w 6.3 程度以上の大きさの地震による応力変化を捉えることができると考えられる。

参考文献

1. Bruner, M. W., 1976. Comment on "Seismic velocities in dry and saturated cracked solids" by R.J. O'Connell and B. Budiansky, *J. Geophys. Res.*, 81, 2573-2576.
2. Cerjan, C., 1985. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave, *Geophysics*, 50, 705-708.
3. Deregowski, S. M. & Brown, S. M., 1983. A theory of acoustic diffractors applied to 2-D models, *Geophysical Prospecting*, 31, 293-333.
4. 藤本一雄, 翠川三郎, 2003. 日本全国を対象とした国土数値情報に基づく地盤の平均 S 波速度分布の推定, *日本地震工学会論文集*, 3, 13-27.
5. 藤本一雄, 翠川三郎, 2006. 近接観測点ペアの強震観測記録に基づく地盤増幅度と地盤の平均 S 波速度の関係, *日本地震工学会論文集*, 6, 11-22.
6. Henyey, S. F. & Pomphrey, N., 1982. Self-consistent elastic moduli of a cracked solid, *Geophys. Res. Lett.*, 9, 903-906.
7. Hikima, K., 2005. Rupture processes of the 2004 Chuetsu (mid-Niigata prefecture) earthquake, Japan: A series of events in a complex fault system, *Geophys. Res. Lett.*, 32, L18303.
8. Hiramatsu, Y., Hayashi, N., Furumoto, N. & Katao, H., 2000. Temporal changes in coda Q-1 and b value due to the static stress changes with the 1995 Hyogo-ken Nanbu earthquake, *J. Geophys. Res.*, 105, 6141-6151.
9. Iio, Y., Sagiya, T. & Kobayashi, Y., 2004. What controls the occurrence of shallow intraplate earthquakes?, *Earth Planets Space*, 56, 2004.
10. Ikeda, Y., Iwasaki, T., Sato, H. & Matsuta, N. K. T., 2004. Seismic reflection profiling across the Itoigawa-Shizuoka Tectonic Line at Matsumoto, Central Japan, *Earth Planets Space*, 56, 1315-1321.
11. Jin, A. & Aki, K., 2005. High-resolution maps of Coda Q in Japan and their interpretation by the brittle-ductile interaction hypothesis, *Earth Planets Space*, 57, 403-409.
12. Kachanov, M., 1992. Effective elastic properties of cracked solids; critical review of some basic concepts, *Appl. Mech. Rev.*, 45, 304-335.
13. Katsumata, A., 2010. Depth of the Moho discontinuity beneath the Japanese islands estimated by travelttime analysis, *J. Geophys. Res.*, 115, B04303.
14. Kondo, H. et al., 2008. A fault scarp in an urban area identified by LiDAR survey: A Case study on the Itoigawa-Shizuoka Tectonic Line, central Japan, *Geomorphology*, 101, 731-739.

15. Mikada, H. Takekawa, J., Personal Communication.
16. Miyazaki, S., Hatanaka, Y., Sagiya, T. & Tada, T., 1998. The Nationwide GPS Array as an Earth Observation System, *Bull. Geogr. Surv. Inst.*, 44, 11-22.
17. Miyazaki, S. et al., 1997. Expansion of GSI's Nationwide GPS Array, *Bull. Geogr. Surv. Inst.*, 43, 23-34.
18. Miyazaki, S. et al., 1996. Establishment of the Nationwide GPS Array (GRAPES) and its Initial Results on the Crustal Deformation of Japan, *Bull. GEogr. Surv. Inst.*, 42, 27-41.
19. Nakajima, J., Matsuzawa, T. & Hasegawa, A., 2002. Moho depth variation in the central part of northeastern Japan estimated from reflected and converted waves, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 130, 31-47.
20. Nishimura, T., 2011. Back-arc spreading of the northern Izu–Ogasawara (Bonin) I and arc clarified by GPS data, *Tectonophysics*, 512, 60-67.
21. Obara, K., Kasahara, K., Hori, S. & Okada, Y., 2005. A densely distributed high-sensitivity seismograph network in Japan: Hi-net by National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention, *Rev. Scient. Inst.*, 76, 021301-021301-12.
22. 小原一成, 2001. 最近の地震観測網整備について, *自然災害科学*, 19, 397-402.
23. Okada, Y., 1992. Internal deformation due to shear and tensile faults in a half-space, *Seism. Soc. Am.*, 82, 1018-1040.
24. Okada, Y. et al., 2004. Recent progress of seismic observation networks in Japan -Hi-net, F-net, K-NET and KiK-net -, *Earth Planets and Space*, 56, xv-xviii..
25. Saenger, E. H. & Shapiro, S. A., 2002. Effective velocities in fractured media: a numerical study using the rotated staggered finite-difference grid, *Geophysical Prospecting*, 50, 183-194.
26. Sagiya, T., Miyazaki, S. & Tada, T., 2000. Continuous GPS Array and Present-day Crustal Deformation of Japan, *PAGEOPH*, 157, 2303-2322.
27. Sagiya, T., Nishimura, T., Iio, Y. & Tada, T., 2002. Crustal deformation around the northern and central Itoigawa-Shizuoka Tectonic Line, *Earth Planets Space*, 54, 1059-1063.
28. 里優, 1992. 乾燥した岩石のダイラタンシーに関する理論的研究, *材料*, 41, 1068-1074.
29. 里優, 1993. 圧縮応力下における岩盤中のクラック成長に関する研究, *土木学会論文集*, 463, 35-44.
30. Shewchuk, J. R., 1996. Triangle: Engineering a 2D quality mesh generator and Delaunay triangulator: *Applied Computational Geometry, Towards Geometric Engineering*, 1148, 203-222.
31. 汐見勝彦, 小原一成, 針生義勝, 松村稔, 2009. 防災科研 Hi-net の構築とその成果, *地震* 2, 61, S1-S7.

32. Takada, Y., Kobayashi, T., Furuya, M. & Murakami, M., 2009. Coseismic displacement due to the 2008 Iwate-Miyagi Nairiku earthquake detected by ALOS/PALSAR: preliminary results, *Earth Planets Space*, 61, e9-e12.
33. Terada, T. & Miyabe, N., 1929. Deformation of the Earth Crust in Kwansai Districts and its Relation to the Orographic Feature, *Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo*, 7, 233–239.
34. 東京大学地震研究所, 2008. 2008 年岩手・宮城内陸地震 ―震源過程―. <http://taro.eri.u-tokyo.ac.jp/saigai/iwate/index.html#A>
35. Yomogida, K. & Benites, R., 2002. Scattering of Seismic Waves by Cracks with the Boundary Integral Method, *PAGEOPH.*, 159, 1771-1789.
36. Zhao, D., Horiuchi, S. & Hasegawa, A., 1990. 3-D seismic velocity structure of the crust and upper mantle in the northeastern Japan Arc, *Tectonophysics*, 181, 135-149.

第6章 結論

本研究は「 Q_c 値と地震や地殻不均質変化を引き起こす地殻応力変化が何らかの関係を持つ」という仮説を柱として、この仮説を数値計算、実データを用いて検討した。その結果、 Q_c 値変化から地殻中の応力変化を推定できる可能性があることが示された。以下で各章の結論をまとめた後に、全体の結論を述べる。

第1章では本研究の背景、目的について述べた。地殻中の応力測定は今まで掘削やコア採取、機器の埋設など直接的な方法、GPS 観測による地表面変動の観測から求めるなど間接的な方法が行われてきたが、地震発生深さのような地下数 km 以深での応力測定は困難であった。そこで、地震波の伝播した地殻中の情報を含んでいると考えられる地震波散乱に目を付けた。散乱波の集まったコーダ波の減衰から得ることのできる指標、 Q_c 値より応力変化を推定することを考えた。

第2章では、その Q_c 値の求め方を議論した。コーダ波の減衰から得られる Q_c 値はコーダ波のどの部分を切り出して Q_c 値推定に用いるかにより値が異なる。それは、コーダの前半部分は直達波や単散乱、後半部分は多重散乱に影響され、それぞれ性格が違うからである。経験的には S 波走時の 2 倍時点からのコーダ波が用いられてきた。本研究では震源位置、マグニチュードを変化させた時に、最も安定して求めることのできるコーダ時間窓を検討し、その結果 S 波走時の 1.5 倍を開始点とすれば良いことが分かった。また、コーダ波の減衰から得られる Q_c 値は媒質との摩擦などによって波動エネルギーが減衰する内部減衰、地震波が散乱して減衰する散乱減衰の両方の影響を受ける。本研究では応力変化との関係性が簡潔な散乱減衰の影響のみを考慮するため、内部減衰が応力に対して変化しないと考える。そこで、内部減衰がある場合でも、散乱減衰の変化を確認することができるかの検討を行った。その結果、震源が地下にあり地震波動が地下から伝播してくる状況なら散乱減衰の変化が内部減衰で覆い隠されずに観測できることが分かった。以上のように、第2章では Q_c 値を用いて応力変化を検討する際の基礎的な事項の確認を行った。

第3章では、数値計算を用いて、応力が弾性体モデルに載荷された際の Q_c^{-1} 値変化の挙動を検討した。応力が載荷された時に弾性体モデルがひずむことで、内部に存在しているクラックの位置が移動すること、媒質のインピーダンス変化が生じることを考えた。その結果、最大圧縮応力と入射波が平行になる方向では、応力の大きさが増加するに従って、 Q_c^{-1} 値は減少し、それと直交する方向では Q_c^{-1} 値は増加することが分かった。この変化はクラックが弾性移動することにより波動伝播経路の長短が変化するためであると推測される。クラックの弾性変位及びインピーダンス変化を考慮したときの Q_c^{-1} 値変化は、実際に計測されている Q_c^{-1} 値の時系列変化に比べて小さかった。このことから、応力が載荷された際に発生する影響として、クラックの弾性変位及びインピーダン

ス変化は支配的な影響ではなく、その他の影響が重要であることが示唆された。

第4章では、応力が載荷された際の影響としてクラックの選択的生成・閉鎖に伴う散乱パターンの変化と弾性波速度場変化・異方性の発生を取り扱い、観測される Q_c^{-1} 値変化が実データで得られた Q_c^{-1} 値変化を説明できるか確認した。その結果、弾性波速度場変化・異方性を考慮したとき、クラックの散乱パターン変化を考慮したとき、いずれの場合も平均法線応力（垂直応力成分の平均）が増加すると Q_c^{-1} 値も増加するといった一対一の関係を持つことが分かった。また、最大圧縮応力方向と入射波方向が一致したときに Q_c^{-1} 値が最大値を取ることも分かった。以上の結果は、第3章のクラックの弾性移動、インピーダンス変化が Q_c^{-1} 値に与える影響よりも、本章で検討した影響が Q_c^{-1} 値に対してより支配的であり、変化の大きさは実データから得られた Q_c^{-1} 値変化を説明できるものであった。弾性波速度場変化・異方性とクラックでの散乱パターン変化が Q_c^{-1} 値に与える影響は、前者の方が支配的であった。

第5章では、実データを用いて Q_c^{-1} 値変化と応力変化の関係性を議論した。まず、実際の状況に近いモデルを用いて Q_c^{-1} 値変化の検討を行った。地表面での Q_c^{-1} 値の観測、下方から平面波入射する地震波を考えた。その際、第3章、第4章の結果を受けて、応力が載荷された際にクラックの選択的閉鎖に伴い弾性波速度場変化・異方性が発生すると考えた。それまでの結果と同じく、応力の大きさが増加するに従って、上昇する Q_c^{-1} 値の傾向が得られた。この結果と、第3章で得られた結果、主応力方向と入射波方向が一致するときに Q_c^{-1} 値が最大値を取るという知見を実データへ適用した。また、 Q_c^{-1} 値変化は地下深くの応力変化を反映しているとの仮説をたて、数値計算によって示した。この知見も実データで成り立つか確認した。対象とした実データは2009年（平成20年）岩手・宮城内陸地震と2004年（平成16年）新潟県中越地震である。その結果、 Q_c^{-1} 値と断層すべりモデルから理論式により求められた応力変化が地震の前後で同じような変化をすることが分かった。一方で Q_c^{-1} 値変化と地表面での GPS 観測から求めた地下の応力変化が異なった傾向を示す点も存在した。これは、 Q_c^{-1} 値が地下から伝播する地震波動から応力変化を推定するのに対して、GPS から観測されたひずみは表面の影響しか見ていないことによる。地表面付近の不均質の存在により GPS より観測されたひずみは地中内の応力変化と異なった挙動を示すことが推察された。また、 Q_c^{-1} 値から求めた応力変化は地下深く、特に十数 km 以深の延性領域内の応力変化を示している可能性があることも分かった。

本研究では、「 Q_c 値と地震や地殻不均質変化を引き起こす地殻応力変化が何らかの関係を持つ」という仮説を立て、その検証を行い、数値計算、実データ解析ともにこの仮説を支持する結果を得ることができた。今まで困難とされてきた地下深く、数 km 以深での応力変化を推定するための新たな手法としての利用が期待される。

付録A 有限差分法

A.1 Standard Staggered Grid を用いた差分法

有限差分法により計算する際にスタaggerド格子Virieux (1986) を用いられることが多い. この手法はポアソン比の大小に関わらずあらゆるモデルを正確に構築することができ, 水領域を含むような音響及び弾性複合領域に対しても正確な波動伝播計算を行うことができる. また, 高精度の近似を空間と時間の導関数に適用することで, 計算に必要な時間やメモリ量を減らすことができ, 計算の正確さや安定性を高めることができる. 本研究ではStandard Staggered Gridを用いる際に, 空間微分に関しては4 次精度, 時間微分に関しては2 次精度でスタaggerド格子を用いて差分法の計算を行った.

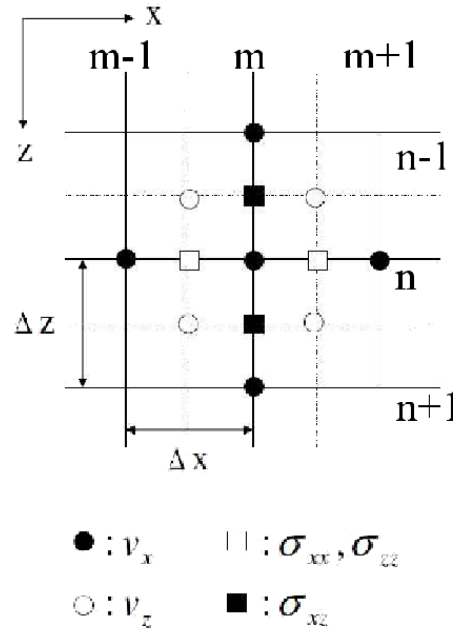


Figure A-1 Orientation of standard staggered grid.

Figure A-1に示してあるように, 水平方向速度 v_x は座標 (m, n) で定義され, 鉛直方向速度 v_z は半分のグリッドサイズだけずれた $(m+1/2, n+1/2)$ で定義される. 垂直応力 τ_{xx} , τ_{zz} は $(m+1/2, n)$ で定義され, せん断応力 τ_{xz} は $(m, n+1/2)$ で定義される. また, 速度成分は時間に関して, $(l-1/2, l+1/2)$ で定義され, 応力成分は $(l, l+1)$ で定義される.

$l+1/2$ のタイムステップでの水平速度成分 $v_x(m, n)$ を計算するには (m, n) を中心とした上下左右各2 点ずつ(合計8 個) の応力成分と $l-1/2$ での $v_x(m, n)$ を含めた合計9 点の情報から計算される. 同様に鉛直速度成分 v_z も $(m+1/2, n+1/2)$ を中心とする周囲の合

計9 点から計算される.

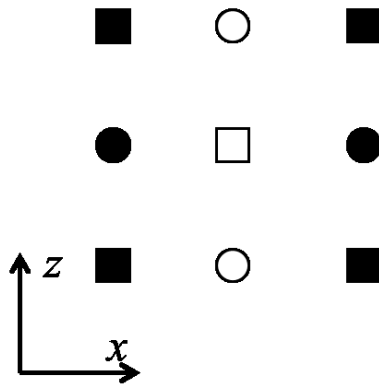
A.2 Rotated Staggered Grid を用いた差分法

有限差分法により弾性波動伝播を計算する際には Virieux (1986) により確立されたスタaggered グリッドを用いて離散化されることが多い. この手法では応力と変位速度が定義されるグリッドを半格子ずらして配置することで, 時間発展的に蓄積する計算誤差を抑え, より正確な波動伝播を計算することができる. しかし, 応力テンソル, 変位速度ベクトルそれぞれの要素ともに, 定義されるグリッドが複数点にまたがるために, 計算モデル中に自由境界面や形を持ったクラックなどを定義する際に, 境界面が実際の範囲よりも広がりを持った状態で導入されてしまう問題が生じる. このことは, インピーダンス比の高い媒質を導入すると計算が発散する要因ともなってしまう. そこで, 本研究では自由境界面及び線状クラックを導入する場合, Saenger (2000) によって導入された Rotated Staggered Grid を用いて支配方程式を差分化することとする. Rotated Staggered Grid を用いることで, 応力テンソル, 変位速度ベクトルの全要素はそれぞれ同じ点で定義することができるので, より正確な媒質境界面を導入することができる.

Figure A-2 に Virieux (1986) による Standard Staggered Grid (左) と, Rotated Staggered Grid (右) のグリッドの配置の違いを示した. 尚, ここでは P-SV 波を離散化するためのグリッド配置を示している. Standard Staggered Grid の x 軸, z 軸を 45° 回転させることで, 半格子ずれて定義されていた応力テンソルの各要素, 変位速度ベクトルの各要素が, Rotated Staggered Grid 上ではそれぞれ同一の格子状で定義することができる.

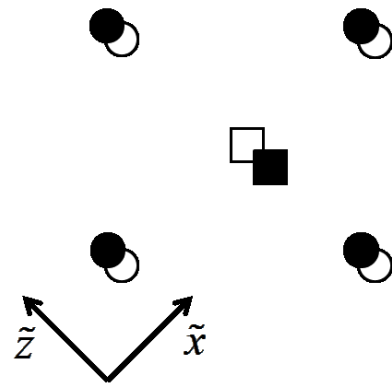
Standard staggered grid

λ, μ, ρ need to be averaged



Rotated staggered grid

Only ρ needs to be averaged



\square	$\lambda, \mu, \tau_{xx}, \tau_{zz}$	\blacksquare	λ, μ, τ_{xz}
\circ	v_z, ρ	\bullet	v_x, ρ

Figure A-2 Difference between orientation of standard staggered grid and roatated staggered grid.

ここで、 x と \tilde{x} 、 z と \tilde{z} の関係はそれぞれ、

$$\tilde{x} = \frac{\Delta z}{\Delta r} x - \frac{\Delta x}{\Delta r} z \quad \text{Equation A-1}$$

$$\tilde{z} = \frac{\Delta x}{\Delta r} x + \frac{\Delta z}{\Delta r} z \quad \text{Equation A-2}$$

$$\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2} \quad \text{Equation A-3}$$

となる．これをもとの x 、 z について表示すると、

$$x = \frac{\Delta r}{2\Delta x} (\tilde{x} - \tilde{z}) \quad \text{Equation A-4}$$

$$z = -\frac{\Delta r}{2\Delta z} (\tilde{x} + \tilde{z}) \quad \text{Equation A-5}$$

となる．Equation A-4, Equation A-5 の空間微分をとることで、回転後の座標系の空間微分と回転前の座標系の空間微分の関係性を得ることができる．

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\Delta r}{2\Delta x} \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \right) \quad \text{Equation A-6}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{\Delta r}{2\Delta z} \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{z}} - \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \right) \quad \text{Equation A-7}$$

Figure A-2 を参考にすると, Standard Staggered Grid の場合, 関数 f の二次精度での空間微分は

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, z, t) = \frac{1}{\Delta x} \left(f\left(x + \frac{\Delta x}{2}, z, t\right) - f\left(x - \frac{\Delta x}{2}, z, t\right) \right) \quad \text{Equation A-8}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} f(x, z, t) = \frac{1}{\Delta z} \left(f\left(x, z + \frac{\Delta z}{2}, t\right) - f\left(x, z - \frac{\Delta z}{2}, t\right) \right) \quad \text{Equation A-9}$$

で与えられる. この結果との類推及び, Figure A-2 を参考にすると Rotated Staggered Grid では以下の Equation A-10, Equation A-11 で関数 f の空間微分が与えられることが分かる.

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{r}} f(x, z, t) = \frac{1}{\Delta r} \left(f\left(x + \frac{\Delta x}{2}, z - \frac{\Delta z}{2}, t\right) - f\left(x - \frac{\Delta x}{2}, z + \frac{\Delta z}{2}, t\right) \right) \quad \text{Equation A-10}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{z}} f(x, z, t) = \frac{1}{\Delta r} \left(f\left(x + \frac{\Delta x}{2}, z + \frac{\Delta z}{2}, t\right) - f\left(x - \frac{\Delta x}{2}, z - \frac{\Delta z}{2}, t\right) \right) \quad \text{Equation A-11}$$

ここで, Equation A-10, Equation A-11 を Equation A-6, Equation A-7 に代入することで Equation A-12, Equation A-13 のように, 回転前の座標系で, 回転後の座標で行う空間微分を表現することができる.

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, z, t) = \frac{\Delta r}{2\Delta x} \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{\Delta r} \left[f\left(x + \frac{\Delta x}{2}, z - \frac{\Delta z}{2}, t\right) - f\left(x - \frac{\Delta x}{2}, z + \frac{\Delta z}{2}, t\right) \right] \\ &+ \frac{1}{\Delta r} \left[f\left(x + \frac{\Delta x}{2}, z + \frac{\Delta z}{2}, t\right) - f\left(x - \frac{\Delta x}{2}, z - \frac{\Delta z}{2}, t\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad \text{Equation A-12}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} f(x, z, t) = -\frac{\Delta r}{2\Delta z} \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{\Delta r} \left[f\left(x + \frac{\Delta x}{2}, z - \frac{\Delta z}{2}, t\right) - f\left(x - \frac{\Delta x}{2}, z + \frac{\Delta z}{2}, t\right) \right] \\ &- \frac{1}{\Delta r} \left[f\left(x + \frac{\Delta x}{2}, z + \frac{\Delta z}{2}, t\right) - f\left(x - \frac{\Delta x}{2}, z - \frac{\Delta z}{2}, t\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad \text{Equation A-13}$$

上式の関数 f の部分に, 応力, 及び変位速度を代入することで Rotated Staggered Grid を用いた有限差分法での弾性波動伝播を計算することができる.

付録B 境界積分方程式法

二次元 SH 波 (Equation B-) を用いた境界積分方程式法について説明する.

$$\mu \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) G(\mathbf{x}_p; \mathbf{x}_s) + \rho \omega^2 G(\mathbf{x}_p; \mathbf{x}_s) = -\delta(\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_s) \quad \text{Equation B-1}$$

ここで、 G はグリーン関数、 μ はポアソン比、 $\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_s$ は観測点と震源の位置を表すベクトル量である。 $(\mathbf{x}_p; \mathbf{x}_s)$ は \mathbf{x}_s と \mathbf{x}_p 間のグリーン関数であることを示す。境界条件として、Equation B-2, Equation B-3を用いる。

$$G = O\left(r^{-\frac{1}{2}}\right) \quad \text{Equation B-2}$$

$$\frac{\partial G}{\partial r} - ikG = o\left(r^{-\frac{1}{2}}\right) \quad \text{Equation B-3}$$

尚、この境界条件は $r = |\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_s| \rightarrow \infty$ で成り立ち、 k は波数、 O 及び o はランダウ記号である。Equation B-1, Equation B-2, Equation B-3よりグリーン関数として

$$G(\mathbf{x}_p; \mathbf{x}_s) = -\frac{i}{4\mu} H_0^{(2)}\left(k|\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_s|\right) \quad \text{Equation B-4}$$

を得る。 $H_0^{(2)}$ は第2種、0次のハンケル関数である。

Equation B-4で得られたグリーン関数をクラック境界面にFigure B-1の様に配置した仮想震源と考える。それらを足し合わせることでクラックからの反射波を表現することとする。この仮想震源の配置の仕方により、Figure B-1に示すクラックアスペクト比 α 、クラック長軸半径 d 、クラック仰角 ϕ を表現することができる。この仮想震源の間隔を波長の1/8とすることで計算が安定することが知られており Benites et al. (1992)、本研究もこれに従った。クラックが単数の場合地震波形 v はEquation B-5で計算される。

$$v(\mathbf{x}_p) = v_0(\mathbf{x}_p) + \sum_{j=1}^N \chi_j G(\mathbf{x}_p; \mathbf{x}_s) \quad \text{Equation B-5}$$

ここで、 N はクラック上の仮想震源の個数、 χ_j は j 番目の仮想震源の強度、 v_0 は入射波である。クラックが複数になった場合は、

$$v(\mathbf{x}_p) = v_0(\mathbf{x}_p) + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \chi_{ji} G(\mathbf{x}_p; \mathbf{x}_s) \quad \text{Equation B-6}$$

を用いる。 M はクラックの個数を表す。ここで、未知数である χ_{ji} を決めるためにクラック表面での垂直応力が0であるという仮定を設ける。この仮定の下にEquation B-6に最小二乗法を適用する(Benites et al., 1992; 蓬田, 2001; Yomogida & Benites, 2002)。つまり、Equation B-7を最小にすればよいので、

$$L = \int_C \left| \mu \frac{\partial v}{\partial \mathbf{n}} \right|^2 ds \quad \text{Equation B-7}$$

以下のEquation B-8, Equation B-9, Equation B-10を得る。ここで、 C はクラック境界、 ds はクラック周長の微小部分、 \mathbf{n} は、仮想震源からクラック外側へと向かう垂直ベクトルである。尚、 $G_{ab} = G(\mathbf{x}_p; \mathbf{x}_{ab})$ は b 番目のクラックの a 番目の仮想震源 \mathbf{x}_{ab} から観測点 \mathbf{x}_p へ

のグリーン関数を示す.

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \Gamma_{mnij} \chi_{ij} = b_{mn} \quad \text{Equation B-8}$$

$$\Gamma_{mnij} = \int_C \frac{\partial G_{mn}^*}{\partial \mathbf{n}} \frac{\partial G_{ij}}{\partial \mathbf{n}} ds \quad \text{Equation B-9}$$

$$b_{mn} = - \int_C \frac{\partial G_{mn}^*}{\partial \mathbf{n}} \frac{\partial v_0}{\partial \mathbf{n}} ds \quad \text{Equation B-10}$$

*は複素共役を示し, $m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N$ である. 以上により, Equation B-6 に未知数として存在した χ を決定することができ, クラックからの散乱波を解析的に扱うことができる.

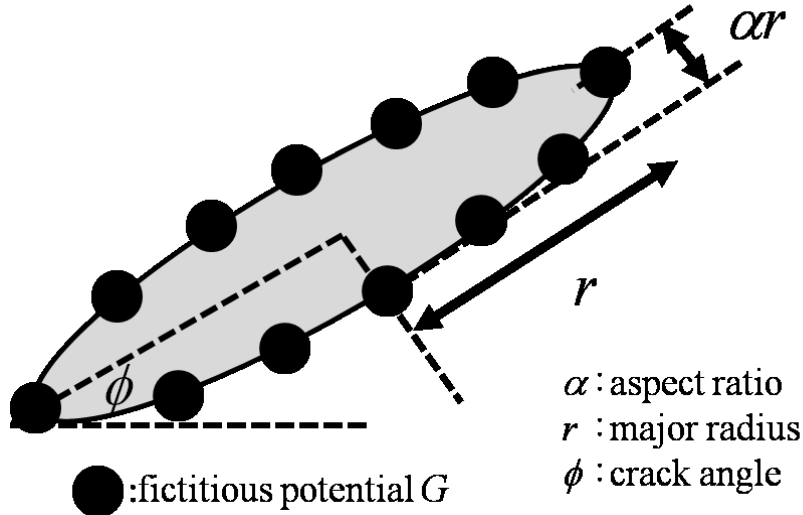


Figure B-1 A crack is described using the fictitious potentials locating at the boundary of the crack.

B.1 多重極展開

4.4.1により, 複数クラックからの多重散乱波を考慮した地震波形計算が可能であることが分かった. しかし, Equation B-9に表れる Γ_{mnij} は物理的には n 番目のクラックの m 番目の仮想震源からの波動と, j 番目のクラックの i 番目の仮想震源からの波動との相互関係を示していることから分かるように, 密行列であり計算コストが非常に高くなる. 故に, 広範囲の解析領域, 多数のクラック, 高い周波数によりクラックを離散化の際の仮想震源が多数いる場合などの計算には向いていない. そこで, 入射波の波長がクラックに比べて十分大きい時にはレイリー散乱領域となり, ボルン近似を適用できることを

利用する．これにより多重散乱を無視することができるので，広範囲に多数のクラックが存在する問題を扱うことができる．ここで，Figure B-に示される個々のクラック配置を簡便に表すために多重極展開を用いたグリーン関数の展開を行う．多重極展開を行うことでアスペクト比 α ，クラック長軸半径 d を含んだ形のグリーン関数を構成することができるので問題を単純化することができる．

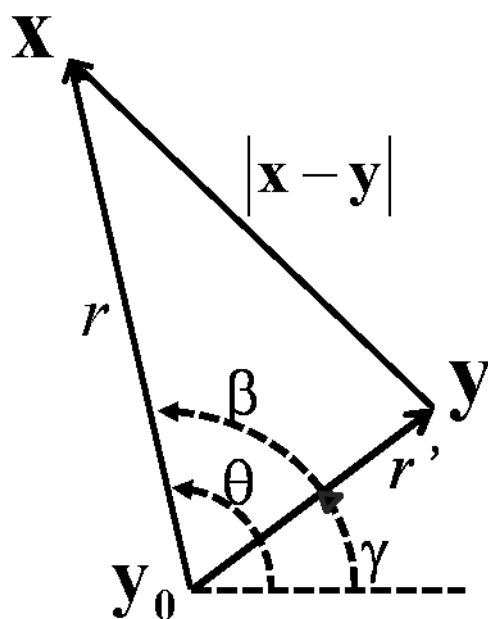


Figure B-2 Positional relation.

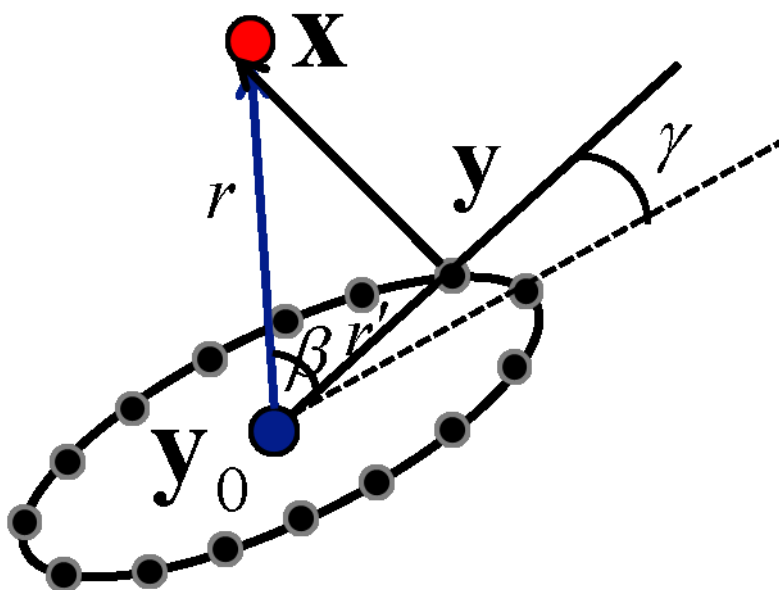


Figure B-3 Positional relation

Figure B-2を参照して、二点 \mathbf{x} , \mathbf{y} に関わるハンケル関数は、 m 次のベッセル関数 J_m を用いてグラフの加法定理により、

$$H_0(|x-y|) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_m(r) J_m(r') e^{im\beta} \quad \text{Equation B-11}$$

のように、 \mathbf{x} , \mathbf{y}_0 に関わるハンケル関数に変換することができる． Figure B-3のように、この多重極展開をクラックに適用する．媒介変数 ψ : ($0 \leq \psi < 2\pi$) を用いて、クラック上の座標 $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$, \mathbf{y}_0 から \mathbf{y} への仰角 β , $r' = |\mathbf{y} - \mathbf{y}_0|$ は、

$$\mathbf{y} = \left(d \cos \psi, \frac{\alpha d}{2} \sin \psi \right) + \mathbf{y}_0 \quad \text{Equation B-12}$$

$$\beta = \arctan \left(\frac{y_1}{y_2} \right) = \arctan(\alpha \tan \psi) \quad \text{Equation B-13}$$

$$r' = \frac{d}{2} \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) \sin^2 \psi} \quad \text{Equation B-14}$$

以上の結果を Equation B-11 に代入することにより、Equation B-15 を得る．

$$H_0(|x-y|) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_m(r) J_m \left(\frac{d}{2} \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) \sin^2 \psi} \right) e^{-im \arctan(\alpha \tan \psi)} \quad \text{Equation B-15}$$

ここで、クラック周囲に強度 $\chi(\psi)$ の仮想震源が連続に分布していると考え、クラック

クにより反射される波動場 v_s は、Equation B-4, $d\beta = \frac{\alpha}{(\alpha^2 - 1) \sin^2 \alpha + 1} d\psi$ に注意して、

$$v_s = \int_{\Omega_C} \chi(\psi) G d\beta = -\frac{i}{4\mu} \sum_{m=-\infty}^{\infty} P_m(\psi) \cdot H_m^{(2)}(kr) e^{im\theta} \quad \text{Equation B-16}$$

$$P_m(\psi) = \int_0^{2\pi} \chi(\psi) J_m \left(k \cdot \frac{d}{2} \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) \sin^2 \psi} \right) e^{-im \arctan(\alpha \tan \psi)} \cdot \frac{\alpha}{(\alpha^2 - 1) \sin^2 \alpha + 1} d\psi$$

$$\quad \text{Equation B-17}$$

と表すことができる． Equation B-16を適用する際には、和を有限項 $\pm q$ で打ち切って $2q + 1$ 個の係数を利用することとなる．打ち切り誤差は $r > R > r'$ を満たす \mathbf{x} と $q > |k| r'$ について、

$$\left| v_s(x) + \frac{i}{4\mu} \sum_{m=-q}^q P_q(\psi) H_m^{(2)}(kr) e^{im\theta} \right| < c \left(\frac{r'}{R} \right)^q \quad \text{Equation B-18}$$

となることが分かっている (Rkhlin, 1990).

以上の式を用いた時間領域での地震波形の合成方法、及び用いた震源についての説明を行う． Equation B-4において、波数 k は角周波数 ω とS波速度 V_s を用いて $k = \omega/V_s$ と表す

ことができる．このとき，複数の ω を用いて地震波動を計算して，その計算結果にフーリエ逆変換を適用することで時間領域での地震波形を合成することができる．また，この時に入射波としてEquation B-19で表される平面波を用いる．

$$v_0 = e^{ik \cdot x} \quad \text{Equation B-19}$$

ここで， \mathbf{k} , \mathbf{x} は波数，観測点位置のベクトル量である．フーリエ逆変換を行う時にリッカー波を畳み込む．この時の中心周波数 ν_M は15Hz を用いた．尚， Q_c 値の値を決定するパラメータ kd (k は波数， d はクラック直径) は有限差分法モデル，境界積分方程式法モデルでほぼ等しくなるようにしてあり，両者のモデル間での Q_c 値の比較を可能としている．

付録C 有限要素法

C.1 仮想仕事の原理

本研究では有限要素法を用いて，静的な弾性変位を解析した．ここでは，有限要素計算に必要な離散化方法について説明する．有限要素法では応力-ひずみ関係式の他に，

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho G_x = 0 \quad \text{Equation C-1}$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho G_z = 0 \quad \text{Equation C-2}$$

で表される平衡方程式が基礎方程式として使われる．ここで， G は外力である．また，境界条件として力の境界条件 (Equation C-3) を与えている．

$$t_i = P_i \text{ on } S_i \quad \text{Equation C-3}$$

ここで， t_i は境界面 S_i での表面力， P_i は境界面での応力である．平衡方程式と力学的境界条件を満足する応力を静的可容応力，応力-ひずみ関係式と幾何学的境界条件を満足する変位を動的可容変位，動的可容変位の変分を仮想変位とする時，静的可容応力と仮想変位に対して以下の式が成り立つ．

$$\int_V (\sigma_{ij,j} - \rho G_i) \delta u_i dS + \int_{S_i} (t_i - P_i) \delta u_i dS = 0 \quad \text{Equation C-4}$$

ここで， σ の添え字 ij, j は ij 成分の応力要素を j 方向で偏微分することを示している．ここで δu は微小変位を表している．この式にガウスの発散定理を適用することで，仮想仕事の原理式 (Equation C-5) を得る．

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV = \int_V \rho G_i \delta u_i dV + \int_{S_i} P_i \delta u_i dS \quad \text{Equation C-5}$$

上式は弾性体全体としてのポテンシャルエネルギー ϕ (Equation C-6) の微小変位分である $\delta\phi$ が0であることと同じである。

$$\phi(u_i) = \int_V U^e dV - \int_{S_i} P_i u_i dS - \int_V \rho G_i u_i dV \quad \text{Equation C-6}$$

ここで、 U^e はひずみエネルギー関数である。ここで、可容変位 $u_i + \delta u_i$ に対するポテンシャルエネルギー ϕ は、

$$\phi(u_i + \delta u_i) = \phi(u_i) + \frac{1}{2} \int_V \frac{\partial^2 U^e}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} \delta \varepsilon_{ij} \delta \varepsilon_{kl} dV \quad \text{Equation C-7}$$

となる。Equation C-6, Equation C-7より、 $\phi(u_i + \delta u_i) \geq \phi(u)$ となるので、真の変位 u_i に対するポテンシャルエネルギーは最小値を取ることが分かる。

C.2 Dマトリックス

平面ひずみ状態における応力-ひずみ関係式をマトリックス形式で表示すると、以下のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{Equation C-8}$$

応力 σ とひずみ ε を関係づけるマトリックスをDマトリックスと言う。このことを用いると、 $\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$ と書くことができる。

C.3 Bマトリックス

応力 σ とひずみ ε を関係づけるのがDマトリックスである一方、ひずみ u と変位 ε を関係づけるマトリックスがBマトリックスである。本研究ではFigure C-1に示す四角形要素を用いるので、四角形要素に則した説明を行う。

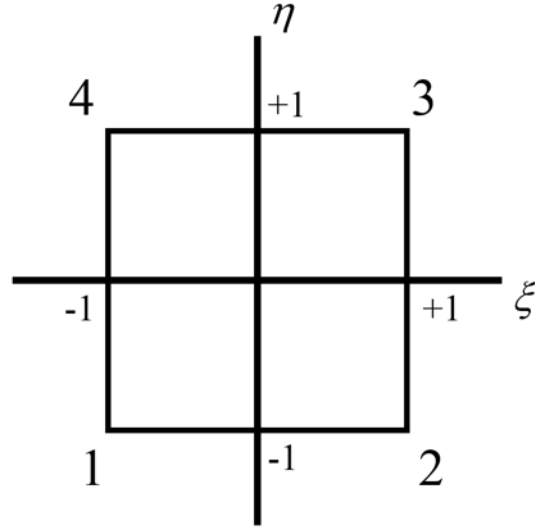


Figure C-1 Element shape.

形状関数 N_a は要素内の任意の場所での変位を計算するために用いられ、節点 a で1の値をとり、それ以外の節点で0の値をとる。以下に節点1から節点4までの形状関数を示す。

$$N_1(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)$$

$$N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$$

Equation C-9

これらの形状関数を用いて、要素内の変位 u は各節点変位 u^a を用いて、

$$u(\xi, \eta) = \sum_{a=1}^4 N_a(\xi, \eta) u^a$$

Equation C-10

と表される。このことを考慮すると、ひずみと変位の関係式は形状関数 N を用いて以下のように表される

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \sum_{a=1}^4 \frac{\partial N_a}{\partial x} u_x^a$$

Equation C-11

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = \sum_{a=1}^4 \frac{\partial N_a}{\partial y} u_y^a$$

Equation C-12

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \sum_{a=1}^4 \left(\frac{\partial N_a}{\partial y} u_x^a + \frac{\partial N_a}{\partial x} u_y^a \right) \quad \text{Equation C-13}$$

節点変位 u^a は定数であるので、偏微分の対象から外すことができる。以上の関係を、マトリックスを用いて表示すると、

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x^1 \\ u_y^1 \\ u_x^2 \\ u_y^2 \\ u_x^3 \\ u_y^3 \\ u_x^4 \\ u_y^4 \end{Bmatrix} \quad \text{Equation C-14}$$

となる。Equation C-14 のマトリックス部分が **B** マトリックスとなり、節点変位ベクトルを $\{d\}$ とまとめると、 $\{\varepsilon\} = [B]\{d\}$ と書ける。C.2 と合わせて、応力 σ と変位 u は、

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} = [D][B]\{d\} \quad \text{Equation C-15}$$

の関係で結ばれる。

C.4 定式化

四角形 4 節点要素について、仮想仕事の原理式 (Equation C-5) の内部仕事を表す左辺は、

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV = \int_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV \quad \text{Equation C-16}$$

と表され、外部仕事を表す右辺は、

$$\int_V b_i \delta u_i dV + \int_S t_i \delta u_i dS = \int_V \{\delta u\}^T \{b\} dV + \int_S \{\delta u\}^T \{t\} dS \quad \text{Equation C-17}$$

となる。ここで、 ρG_i を b_i とおいている。ここで、Equation C-15 及び、

$$\{\delta u\} = [N]\{\delta d\} \quad \text{Equation C-18}$$

$$\{\delta \varepsilon\} = [B]\{\delta d\} \quad \text{Equation C-19}$$

の関係式を用いると、四角形要素に関する仮想仕事の原理式は、

$$\begin{aligned}
& \int_{V_e} \{\delta d\}^T [B]^T [D][B] \{d\} dV \\
& = \int_{V_e} \{\delta d\}^T [N]^T \{b\} dV + \int_{S_e} \{\delta d\}^T [N]^T \{t\} dS
\end{aligned}$$

Equation C-20

となる．ここで，添え字の e はある四角形要素を示している．ここで仮想変位 δd は定数であるので，積分対象から外れ，

$$\begin{aligned}
& \{\delta d\}^T \left[\int_{V_e} [B]^T [D][B] dV \{d\} \right. \\
& \left. - \int_{V_e} [N]^T \{b\} dV - \int_{S_e} [N]^T \{t\} dS \right] = 0
\end{aligned}$$

Equation C-21

となる．この関係が常に成り立つためには，括弧内が0であることが必要であり，

$$\int_{V_e} [B]^T [D][B] dV \{d\} = \int_{V_e} [N]^T \{b\} dV + \int_{S_e} [N]^T \{t\} dS$$

Equation C-22

を得る．これが，要素剛性方程式である．ここで，四角形要素の面積を Δ とおき，左辺の内部仕事の項を要素剛性マトリックス $[K_e]$ を用いて以下のように表示する．

$$[B]^T [D][B] \Delta \{d\} = [K_e] \{d\}$$

Equation C-23

右辺の外部仕事の項を節点力 f_e と置くことで，最終的に要素剛性方程式はEquation C-24となる．

$$[K_e] \{d\} = \{f_e\}$$

Equation C-24

複数要素からなる系全体に関する仮想仕事の原理式をマトリックスによって表示すると以下のようになる．

$$\{\delta d\}^T \left[\sum_e [K_e] \{d\} - \sum_e \{f_e\} \right] = 0$$

Equation C-25

全体剛性方程式は，

$$[K] \{d\} = \{f\}$$

Equation C-26

$$[K] = \sum_e [K_e]$$

Equation C-27

$$\{f\} = \sum_e \{f_e\}$$

Equation C-28

となる．有限要素法を用いた静的な弾性解析では最終的にEquation C-26, Equation C-27, Equation C-28を用いて数値計算を行う．

参考文献

1. Benites, R., Aki, K. & Yomogida, K., 1992. Multiple scattering of SH waves in 2-D media with many cavities, PAGEOPH., 138, 353-390.
2. Rukhlin, K., 1990. Rapid solution of integral equations of scattering theory in two dimensions, J. Comput. Phys., 86, 414-439.
3. Saenger, E. H., 2000. Modeling the propagation of elastic waves using a modified finite-difference grid, Wave Motion, 31, 77-92.
4. Virieux, J., 1986. P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method, Geophysics, 51, 889-901.
5. 蓬田清, 2001. 境界法を用いた合成波形による高周波地震波の散乱・減衰, 地震, 54, 77-90.
6. Yomogida, K. & Benites, R., 2002. Scattering of Seismic Waves by Cracks with the Boundary Integral Method, PAGEOPH., 159, 1771-1789.

謝辞

本研究を進めるにあたり終始懇切丁寧なご指導を賜り、また本論文をまとめるにあたってご指導・ご鞭撻を賜った京都大学大学院社会基盤工学専攻教授三ヶ田均博士に対し、心から感謝の意を表し、深く御礼申し上げます。

京都大学大学院社会基盤工学専攻教授朝倉俊弘博士、同都市社会工学専攻教授清野純史博士には、博士学位論文、更に修士学位論文の執筆の際に多くの貴重なご助言を頂きました。ここに記して感謝の意を表します。

京都大学大学院社会基盤工学専攻准教授後藤忠徳博士、助教武川順一博士には本研究に関連して、多大なご助言、解析の手助けを賜りました。ここに記して感謝の意を表します。

カリフォルニア大学サンタクルーズ校教授 Ru-shan Wu 博士には3ヶ月間の同校滞在中にご指導・ご鞭撻を頂きました。ここに記して感謝の意を表します。

名古屋大学大学院環境学研究科地球環境科学専攻准教授田所敬一博士、渡部豪博士には、GPS 観測について、基礎的な知識から、本研究遂行に不可欠な知識、ご助言を頂きました。ここに記して感謝の意を表します。

本研究を遂行するにあたり、常に有益な議論・適切なご助言を頂きました応用地球物理学分野研究室の大学院生ならびに卒業生、および多くの諸先輩方、様々な面において支えて下さった研究室秘書亀井志織氏に対し感謝の意を表します。

以上の方々をはじめ、ご指導ご鞭撻を頂いた全ての方々に感謝いたします。最後に物心両面で研究活動を支えて下さった家族に心より感謝いたします。